



Istituto Tecnico Industriale Statale
“EUGENIO BARSANTI”



80038 POMIGLIANO D'ARCO (NA) Via Mauro Leone, 105
Tel. (081) 8841350 - Fax (081) 8841676
Distretto scolastico n. 31 - Cod. Fisc. 80104010634
Cod. Ist. NATF040003 - Cod. Serale NATF04050C
E-mail : NATF040003@istruzione.it

Specializzazioni: Meccanica
Elettrotecnica e Automazione
Elettronica e Telecomunicazioni
Informatica –Progetto Abacus
Corso Serale: Elettrotecnica e Automazione

DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA

Proff. Paolo Bisconti - Mariano Riccardo

SISTEMI ANALOGICI ***Parte II***

**APPUNTI DALLE LEZIONI
DEL CORSO DI SISTEMI**

(Revisione 2009)

Premessa

Questi appunti sono complementari al libro di testo e non intendono sostituirlo, né possono farlo, dato che ogni testo costituisce per l'allievo un riferimento indispensabile per un adeguato percorso di formazione ed apprendimento. Questo lavoro è stato realizzato esclusivamente per motivi didattici e non per scopi di lucro. Non è garantito che sia privo di errori.

MODULO 1: SISTEMI DI CONTROLLO

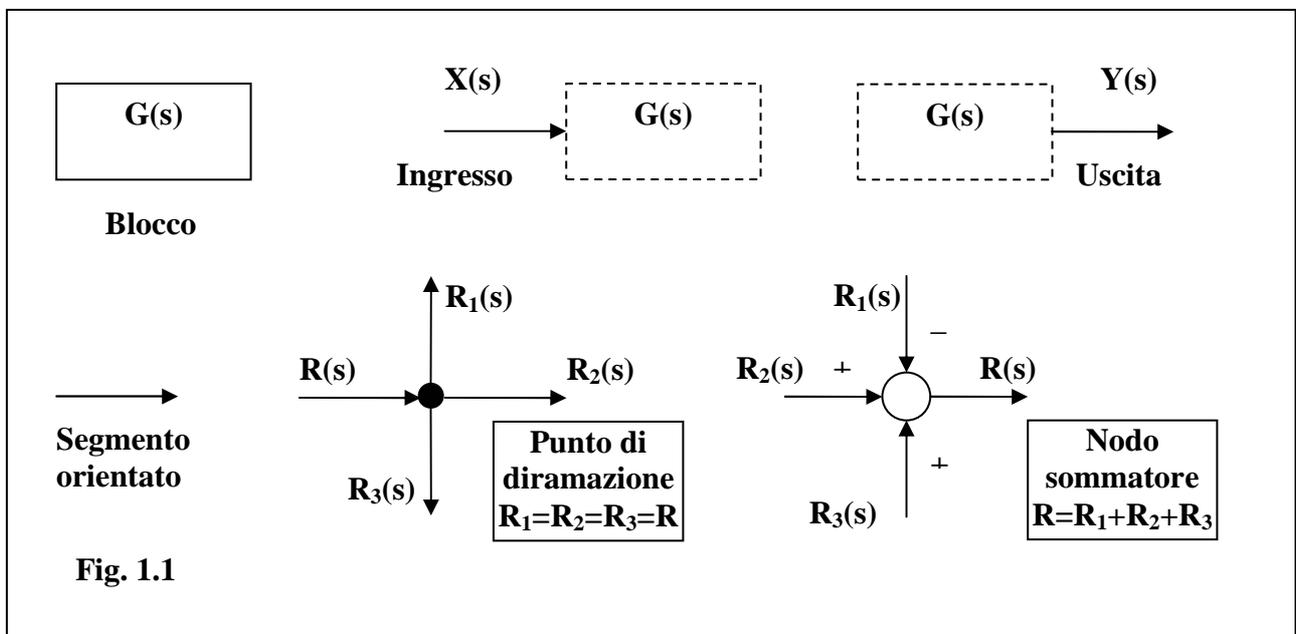
U.D. 1: SCHEMI A BLOCCHI

1.1. Generalità

Uno schema a blocchi costituisce un modo di rappresentare un sistema dal punto di vista dei legami funzionali tra ingresso ed uscita, senza pretendere di scendere nel dettaglio circuitale. E' una rappresentazione molto comoda quando occorre studiare il comportamento del sistema dal punto di vista della precisione, della stabilità, della prontezza di risposta o, semplicemente, dal punto di vista funzionale. Completata l'analisi comportamentale del sistema virtuale rappresentato con lo schema a blocchi, si può passare allo studio del sistema fisico attraverso gli schemi elettrici e di cablaggio. E' fondamentale, da questo punto in poi, avere chiaro il concetto di **Funzione di trasferimento**, così come è stato illustrato nella Parte I del corso; infatti, come vedremo, è la funzione di trasferimento che tiene conto del comportamento di ogni blocco.

Un sistema può essere rappresentato con un unico blocco, ed in questo caso si ha la massima sintesi nella descrizione del suo comportamento, o da un insieme di blocchi collegati tra di loro, in modo da rappresentare, per una migliore chiave di lettura, l'intero sistema attraverso le sottoparti che lo costituiscono.

1.2. Definizioni



Con riferimento alla Fig. 1.1, si definiscono:

Blocco. Rappresenta l'intero sistema o una parte più o meno semplice di esso. E' rappresentato da un rettangolo con all'interno l'indicazione della Funzione di trasferimento.

Ingresso. E' una sollecitazione che dall'esterno viene applicata al sistema e lo costringe a fare delle cose. E' rappresentato da un segmento orientato che punta verso il blocco.

Uscita. E' la risposta che il sistema dà verso l'esterno per effetto della sollecitazione ricevuta (ingresso). E' rappresentato da un segmento orientato il cui verso si allontana dal blocco.

Disturbo. E' una sollecitazione anomala ed indesiderata che dall'esterno viene applicata al sistema e che condiziona il comportamento del sistema in modo più o meno sensibile. I disturbi eventualmente presenti verranno considerati allo stesso modo degli ingressi.

Funzione di trasferimento. E' quella funzione di variabile complessa che, moltiplicata per l'ingresso, ci dà l'uscita.

Segmento orientato. Oltre a rappresentare un ingresso o una uscita, viene utilizzato per rappresentare un generico percorso di propagazione di un segnale.

Punto di diramazione. Rappresenta un punto dal quale un segnale si ripartisce in più direzioni. Al nodo arriva sempre un solo segnale; da esso ne escono due o più, perfettamente uguali al primo.

Nodo sommatore. Rappresenta un nodo al quale fanno capo due o più ingressi, sui quali viene effettuata una somma algebrica che dà origine al segnale di uscita. Al nodo possono arrivare un numero indefinito di segnali, ma ne esce sempre uno soltanto che ne realizza la somma. Per ogni segnale di ingresso deve essere indicata la polarità con cui il segnale stesso deve essere sommato.

NOTA: Nel caso generale, ogni blocco può avere più ingressi e più uscite; noi ipotizzeremo sempre il caso di un solo ingresso ed una sola uscita. Inoltre ogni blocco deve essere considerato orientato e irreversibile, nel senso che il flusso del segnale è diretto sempre dall'ingresso all'uscita e mai viceversa.

1.3. Algebra degli schemi a blocchi

Abbiamo già detto che un sistema può essere rappresentato da un unico blocco o da un insieme di blocchi collegati in modo da rappresentarne la struttura interna. Molte volte accade che di un sistema complesso, rappresentato con uno schema comprendente diversi blocchi, si debba determinare la funzione di trasferimento globale, quella cioè che rappresenta il legame diretto tra l'ingresso e l'uscita. Occorre allora trasformare lo schema iniziale in un altro ad esso equivalente, ma che contenga un solo blocco, quello che lega direttamente ingresso ed uscita. E' un po' come si fa con le resistenze, quando al posto di un circuito costituito da resistenze in serie e in parallelo se ne sostituisce un altro con una sola resistenza equivalente calcolata in modo opportuno. Tornando agli schemi a blocchi, il problema che si pone è quello di determinare un unico blocco equivalente che possa essere sostituito allo schema complesso di partenza senza modificarne il comportamento. Come per le resistenze, occorrerà definire alcuni tipi di configurazione di blocchi e delle regole per la loro composizione.

NOTA: In tutto quanto diremo è sottintesa l'ipotesi che ogni blocco "non carichi" il blocco che lo precede. In altre parole, l'impedenza di ingresso di un blocco (supposta alta) deve essere molto superiore a quella di uscita (supposta bassa) del blocco che lo precede, in modo da non modificare con il collegamento la funzione di trasferimento di quest'ultimo. Inoltre, sia i segnali di ingresso/uscita che le funzioni di trasferimento saranno scritti senza evidenziare la loro dipendenza dalla variabile complessa "s": $G_1(s)$ sarà indicata come G_1 , $X(s)$ come X , ecc.

Blocchi in cascata

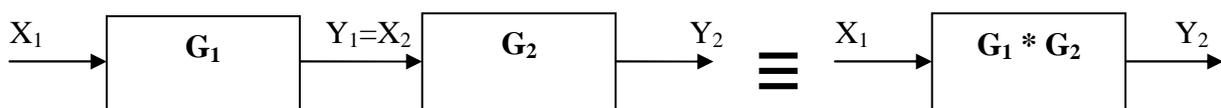


Fig. 1.2

Due blocchi si dicono in "cascata" quando l'ingresso di uno è costituito dall'uscita dell'altro e tra i due non c'è alcun punto di diramazione.

Per tale configurazione si ha $G_{eq} = G_1 * G_2$. Infatti, osservando la Fig. 1.2 si ottiene con passaggi intuitivi

$$Y_2 = G_2 * X_2 = G_2 * Y_1 = G_2 * G_1 * X_1$$

La Funzione di trasferimento equivalente risulta essere data dal prodotto $G_1 * G_2$, visto che tale quantità, moltiplicata per l'ingresso X_1 ci dà l'uscita Y_2 . Come risultato si ottiene che i due blocchi iniziali possono essere sostituiti da uno solo con associata la funzione equivalente trovata.

Blocchi in parallelo

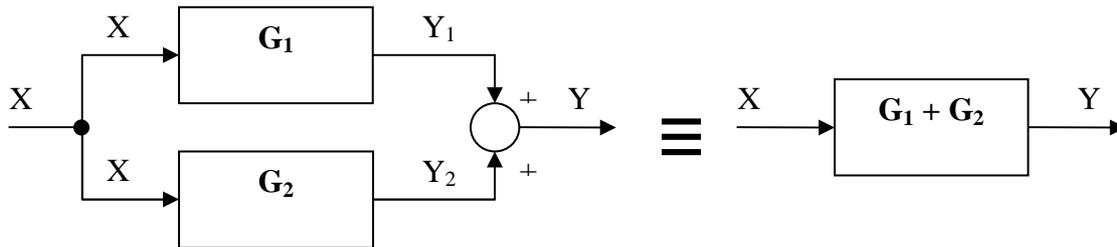


Fig. 1.3

Due blocchi si dicono in "parallelo" quando hanno lo stesso ingresso e le due uscite si sommano algebricamente.

Per tale configurazione si ha $G_{eq} = G_1 + G_2$. Infatti, osservando la Fig. 1.3 si ottiene con passaggi intuitivi

$$Y = Y_1 + Y_2 = G_1 * X + G_2 * X = (G_2 + G_1) * X$$

La Funzione di trasferimento equivalente risulta essere data dalla somma $G_1 + G_2$, visto che tale quantità, moltiplicata per l'ingresso X ci dà l'uscita Y . Come risultato si ottiene che i due blocchi iniziali possono essere sostituiti da uno solo con associata la funzione equivalente trovata.

NOTA: La somma considerata per la G_{eq} è di tipo algebrico. Se, ad esempio, il segnale Y_1 (uscita del blocco G_1) fosse entrato nel nodo sommatore con il segno meno invece che col segno +, la somma avrebbe dato risultato: $G_{eq} = -G_1 + G_2$.

Blocchi in retroazione

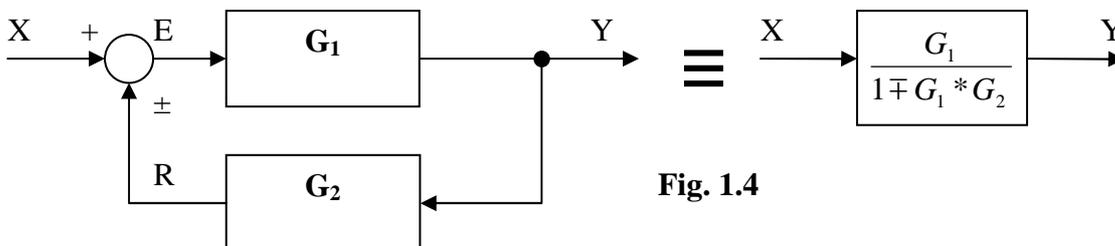


Fig. 1.4

Due blocchi si dicono in "retroazione" quando l'ingresso al primo (G_1) si ottiene sommando algebricamente l'ingresso principale X ed una parte dell'uscita Y prelevata mediante il secondo blocco G_2 .

Per tale configurazione si ha $G_{eq} = \frac{G_1}{1 + G_1 * G_2}$

Infatti, osservando la Fig. 1.4 si ha:

$$Y = G_1 * E$$

$$E = X \pm R$$

$$R = G_2 * Y$$

Sostituendo per passi si ottiene:

$$Y = G_1 * E = G_1 * (X \pm R) = G_1 * (X \pm G_2 * Y) = G_1 * X \pm G_1 * G_2 * Y$$

Ricavando Y in funzione di X si ottiene:

$$Y = \frac{G_1}{1 \mp G_1 * G_2} * X$$

La Funzione di trasferimento equivalente risulta essere data da $G_{eq} = \frac{G_1}{1 \mp G_1 * G_2}$, visto che

tale quantità, moltiplicata per l'ingresso X ci dà l'uscita Y. Come risultato si ottiene che i due blocchi iniziali possono essere sostituiti da uno solo con associata la funzione equivalente trovata.

NOTA: Il segnale R può presentarsi all'ingresso del nodo sommatore con un segno + (e in tal caso si parla di "retroazione positiva") o con il segno meno (in tal caso si parla di "retroazione negativa"). Il denominatore della G_{eq} presenta una somma algebrica in cui compare il segno opposto a quello con cui R si presenta nel nodo sommatore.

Nodi sommatori in cascata

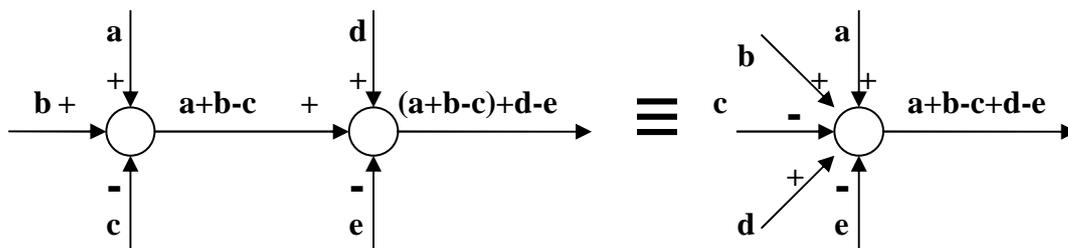


Fig. 1.5

Due nodi sommatori si dicono in "cascata" se l'uscita di uno rappresenta uno degli ingressi dell'altro.

Due o più nodi sommatori possono essere sostituiti da un unico nodo equivalente sfruttando la proprietà associativa dell'addizione. Infatti, osservando la Fig. 1.5, si nota che il segnale in uscita dal primo nodo, che vale "(a+b-c)", inserendosi nel secondo nodo dà origine alla somma "(a+b-c)+d-e" = "a+b-c+d-e".

Questo risultato giustifica la sostituzione dei due nodi originari con quello equivalente.

In certi casi particolari può essere necessario ricorrere al processo inverso: ad un unico nodo sostituire una composizione equivalente costituita da due o più nodi.

Spostamento di un punto di diramazione

A valle di un blocco

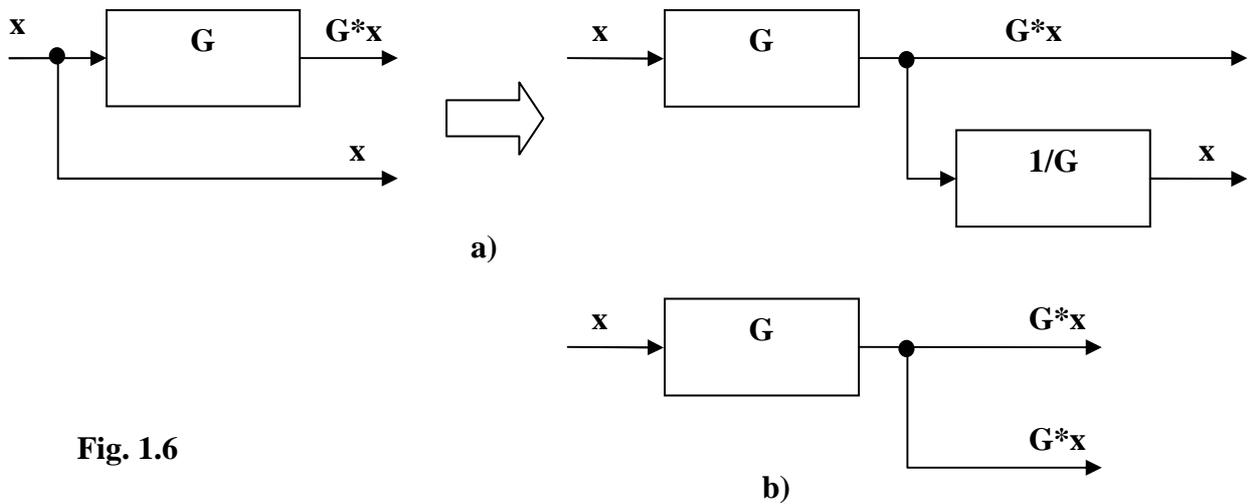


Fig. 1.6

Quando si posta un punto di diramazione a valle di un blocco occorre moltiplicare il segnale sulla linea derivata per $1/G$ (o dividere per G).

Solo in questo modo il segnale prelevato ha lo stesso valore che aveva prima dello spostamento. Infatti, osservando la Fig. 1.6 b), si nota che a valle del blocco, in assenza di correzione, sulle due linee (quella diretta e quella derivata) è presente lo stesso segnale " $G*x$ ", mentre sulla linea derivata ci dovrebbe essere il solo segnale " x "; per compensare questa variazione occorre introdurre sulla linea derivata un blocco che trasformi " $G*x$ " in " x ", un blocco, quindi, che divida il segnale di ingresso per G , in modo da ristabilire l'originario valore " x " [vedi Fig. 1.6 a)].

A monte di un blocco

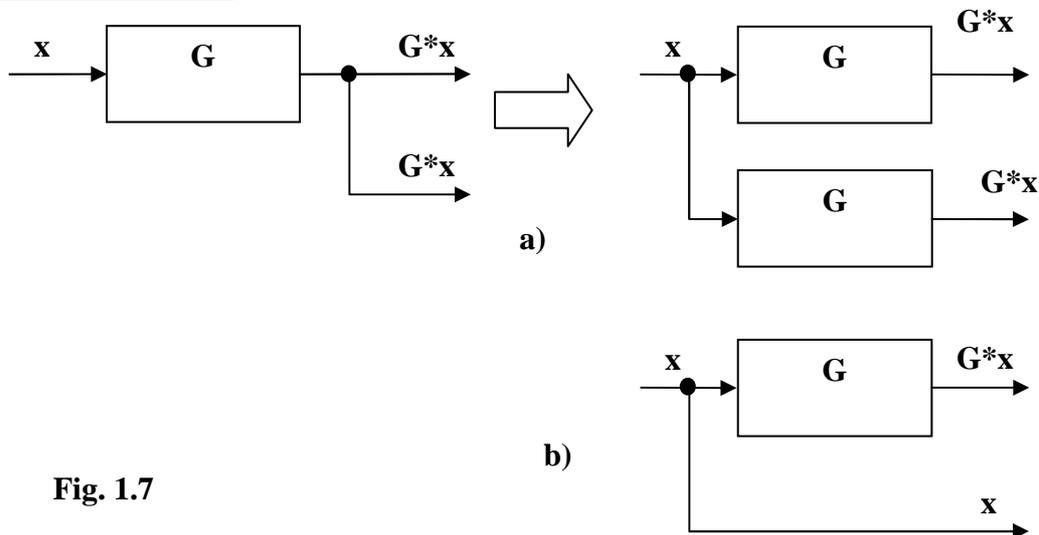


Fig. 1.7

Quando si posta un punto di diramazione a monte di un blocco occorre moltiplicare il segnale sulla linea derivata per G .

Solo in questo modo il segnale prelevato ha lo stesso valore che aveva prima dello spostamento. Infatti, osservando la Fig. 1.7 b), si nota che a valle del blocco, in assenza di correzione, sulla linea derivata è presente il solo segnale " x ", mentre ci dovrebbe essere il segnale " $G*x$ "; per compensare questa variazione occorre introdurre sulla linea derivata un blocco che trasformi " x " in " $G*x$ ", un blocco, quindi, che moltiplichi il segnale di ingresso per G , in modo da ristabilire l'originario valore " $G*x$ " [vedi Fig. 1.7 a)].

Spostamento di un nodo sommatore

A valle di un blocco

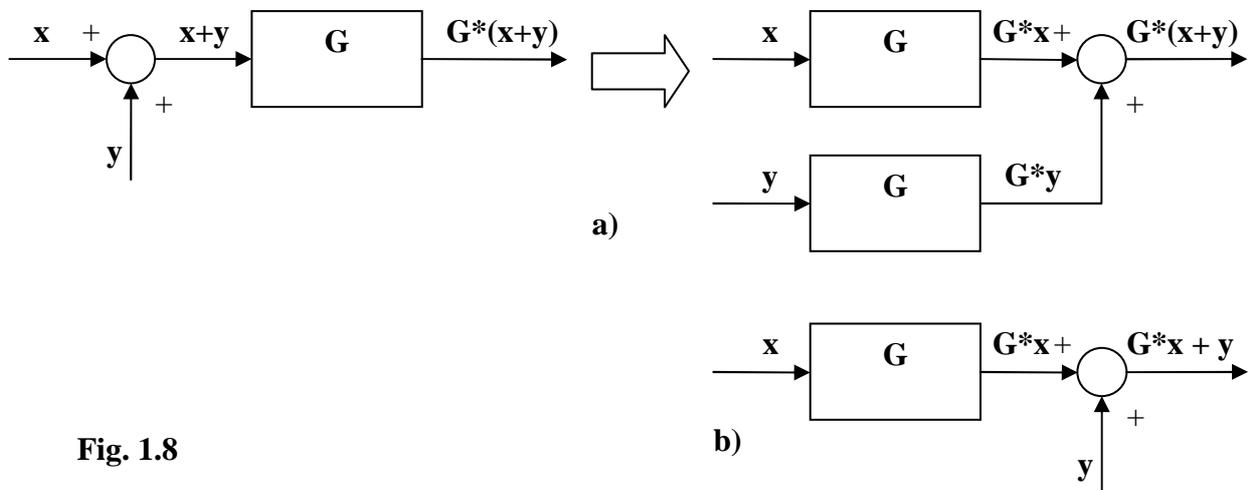


Fig. 1.8

Quando si sposta un nodo sommatore a valle di un blocco occorre inserire sulla linea che si sposta insieme al nodo un secondo blocco che moltiplica per G.

Solo in questo modo il segnale finale ha lo stesso valore che aveva prima dello spostamento. Infatti, osservando la Fig. 1.8 b), si nota che, se non facessimo la correzione indicata, il segnale finale sarebbe dato dalla somma di "G*x" e del solo segnale "y", e quindi varrebbe "G*x + y". Moltiplicando invece anche "y" per G (prima della somma), si ottiene "G*x + G*y = G*(x + y)", che è il segnale finale esistente prima dello spostamento [vedi Fig. 1.8 a)].

A monte di un blocco

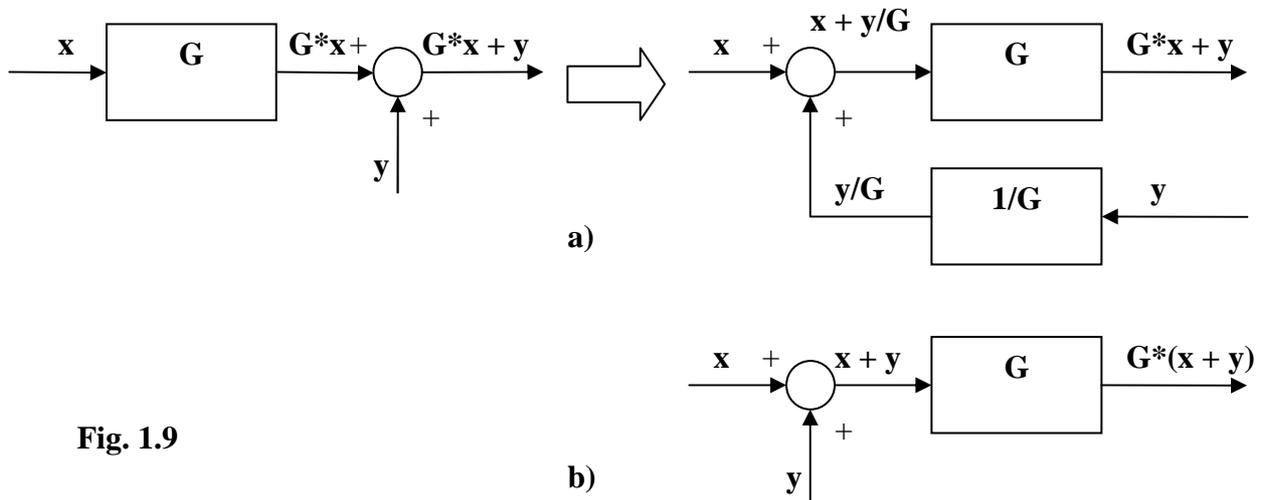


Fig. 1.9

Quando si sposta un nodo sommatore a monte di un blocco occorre inserire sulla linea che si sposta insieme al nodo un secondo blocco che divide per G.

Solo in questo modo il segnale finale ha lo stesso valore che aveva prima dello spostamento. Infatti, osservando la Fig. 1.9 b), si nota che, se non facessimo la correzione indicata, anche il segnale "y" risulterebbe in uscita moltiplicato per G. Invece, dividere preventivamente il segnale "y" per G prima di farlo passare attraverso il blocco compensa la suddetta moltiplicazione ed in uscita si ottiene "G*(x + y/G) = G*x + y", che è il segnale finale esistente prima dello spostamento. [vedi Fig. 1.9 a)].

1.4. Semplificazioni di schemi a blocchi

Esempio 1

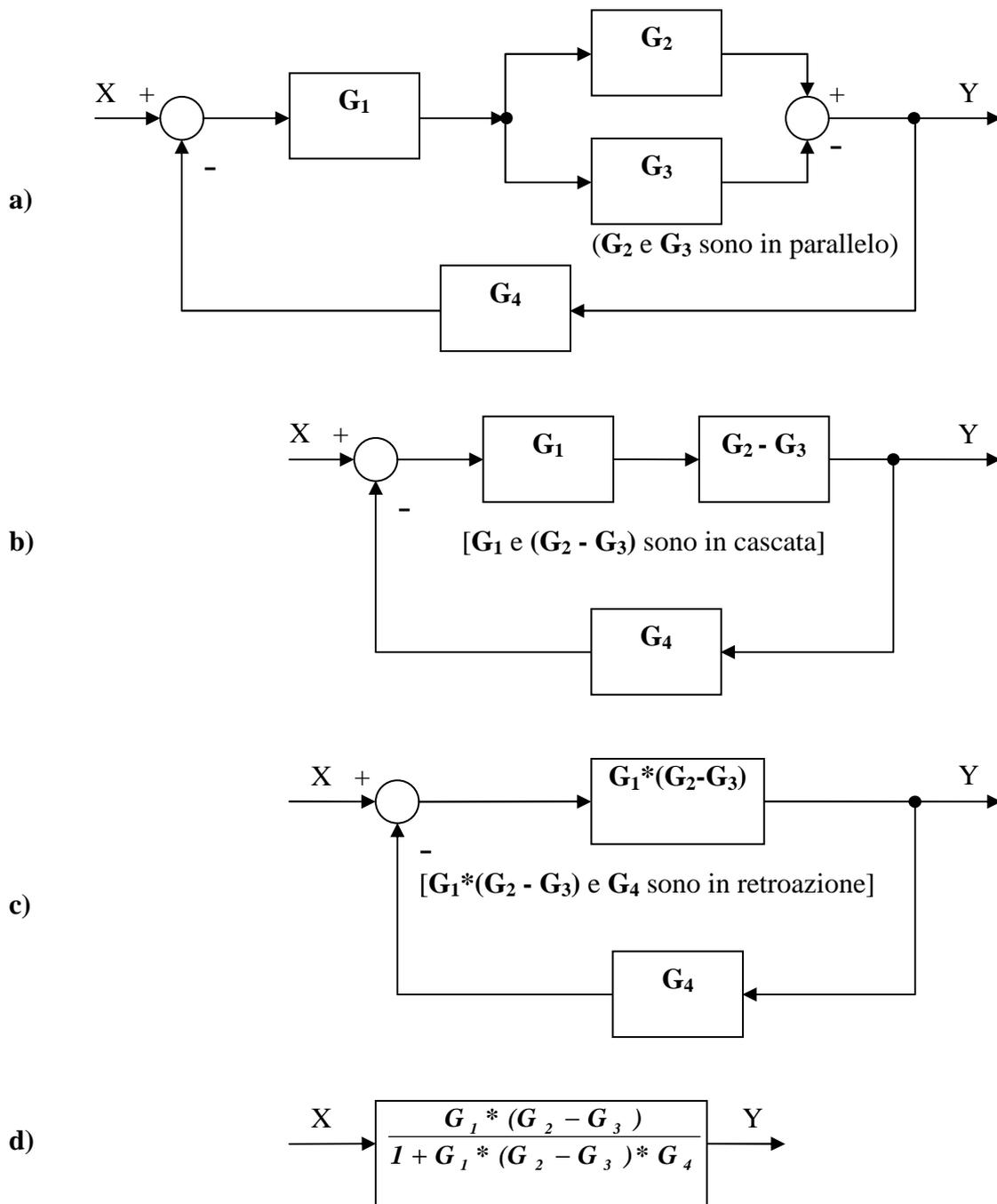


Fig. 1.10

Esempio 2

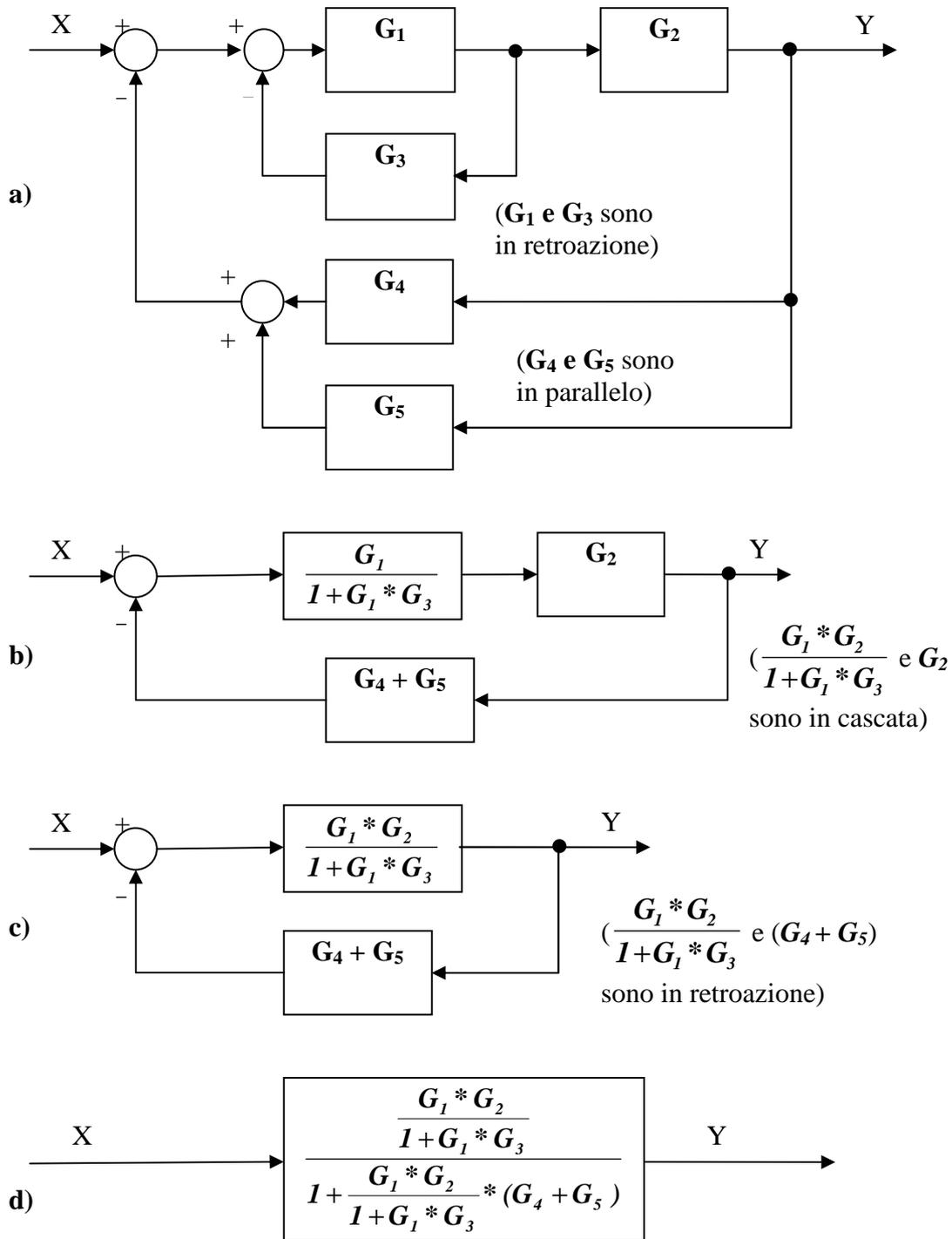
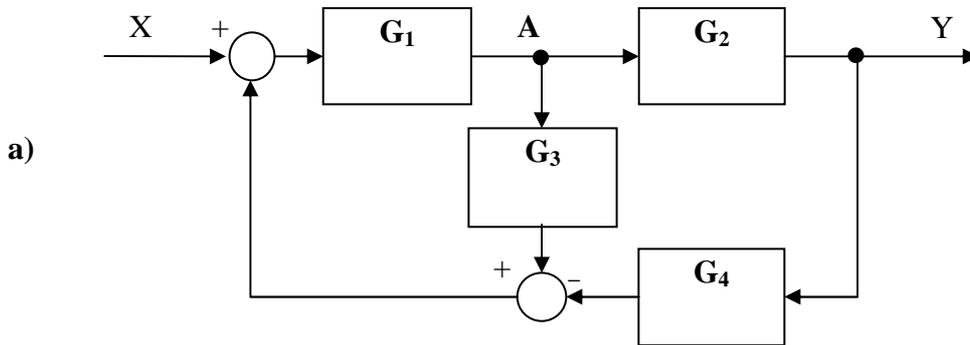
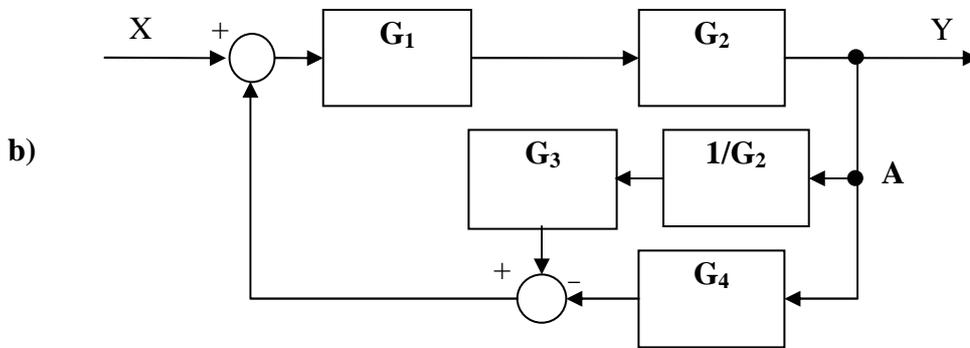


Fig. 1.11

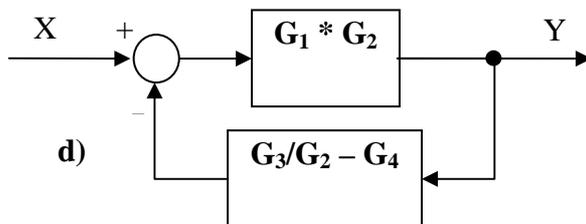
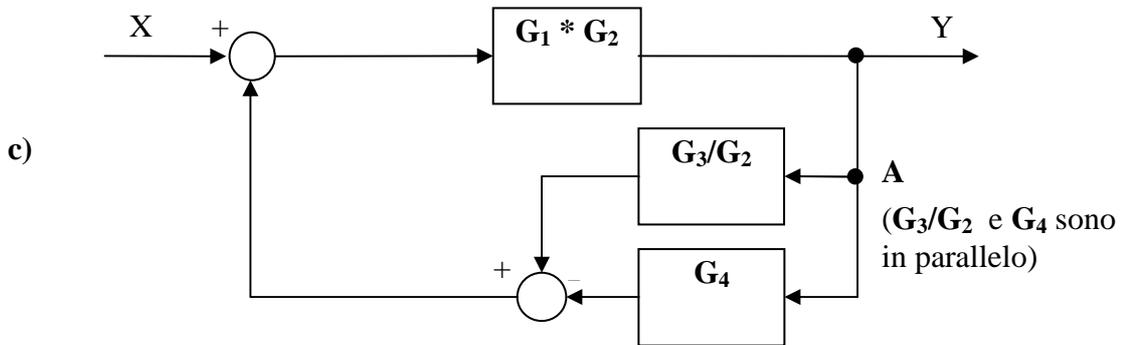
Esempio 3



(Non sono riconoscibili blocchi in cascata, in parallelo o in retroazione. Spostiamo quindi il punto A a valle di G_2 . Lungo il nuovo percorso provvederemo a dividere il segnale per G_2 ; senza questa correzione in ingresso a G_3 ci sarebbe un segnale G_2 volte più grande.)



(G_1 e G_2 sono in cascata, come pure G_3 e $1/G_2$.)



(($G_1 * G_2$) e ($G_3/G_2 - G_4$)
sono in retroazione)

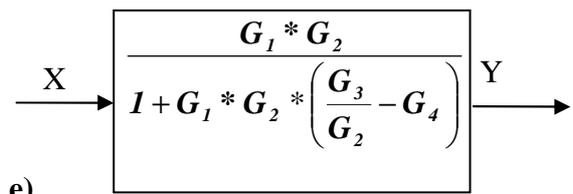


Fig. 1.12

U.D. 2: SISTEMI DI CONTROLLO

2.1 Definizioni

Sistemi di controllo a catena aperta

Concettualmente sono caratterizzati da una struttura con blocchi in cascata, come indicato nella Fig. 1.13.

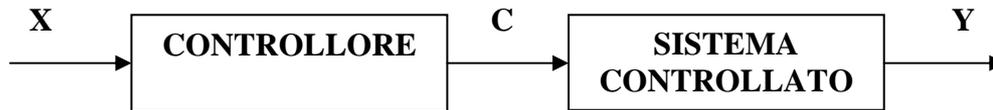


Fig. 1.13

X è il segnale di ingresso, predeterminato. Il controllore, in risposta al segnale di ingresso, genera un segnale di comando C che agisce sul sistema controllato in modo tale da ottenere il valore Y richiesto.

Il sistema non ha la possibilità di autoregolarsi e pertanto è fortemente influenzato da eventi esterni che determinano variazioni indesiderate di Y .

Sistemi di controllo a catena chiusa

Concettualmente sono caratterizzati da una struttura con blocchi in retroazione come indicato nella Fig. 1.14.

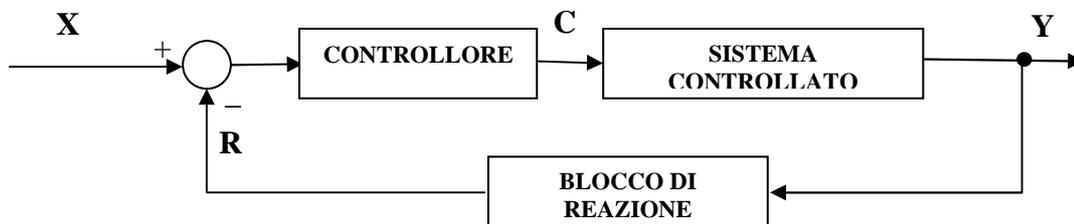


Fig. 1.14

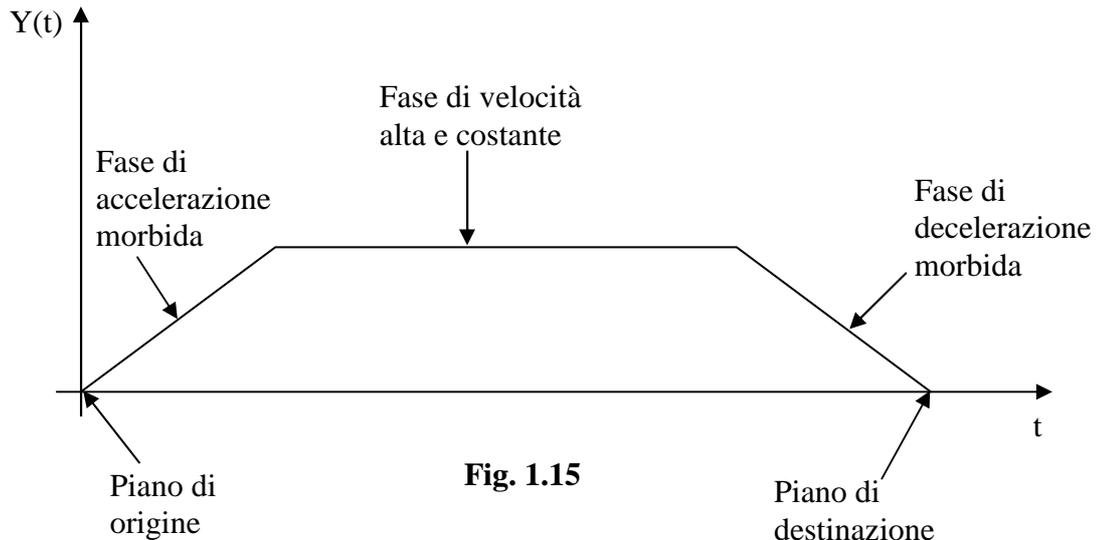
In questo caso il segnale di controllo C dipende dal segnale di ingresso X e da quello di reazione R . La presenza in ingresso del segnale di retroazione proporzionale ad Y consente al sistema di autoregolarsi.

Regolatori

La "*Regolazione*" è un tipo di controllo che ha il compito di mantenere costante la grandezza di uscita Y , indipendentemente da tutte quelle cause che possono farla variare. Le uniche variazioni di Y che il sistema di regolazione può accettare sono quelle imposte dai cambiamenti di regime. Si pensi, ad esempio, ad un motore per il quale la velocità Y in uscita viene portata da 1000 a 2000 g/min variando l'ingresso di riferimento X ; una volta stabilita la nuova velocità, questa deve essere mantenuta costante in ogni condizione. Il sistema di controllo, in questo caso, prende il nome di "*Regolatore*".

Asservimenti

In un "Asservimento" la grandezza da controllare Y varia secondo una determinata legge temporale (che scaturisce da specifiche esigenze) imposta, ancora una volta, mediante un ingresso di riferimento X , che in questo caso è variabile. Il sistema di controllo viene denominato "Servomeccanismo". Si pensi, ad esempio, alla cabina di un ascensore di un grattacielo, che deve viaggiare a velocità elevata per collegare in breve tempo piani molto distanti tra loro, ma che deve partire e fermarsi dolcemente per evitare strappi che creino disagi o danni ai viaggiatori. Il servomeccanismo che controlla il motore deve sviluppare una velocità che segua l'andamento indicato nella Fig. 1.15.



Questo si ottiene utilizzando all'ingresso del sistema di controllo un segnale elettrico $X(t)$ che abbia lo stesso andamento di Fig. 1.15. Il servomeccanismo farà in modo che la velocità $Y(t)$ segua fedelmente l'andamento del segnale in ingresso.

Altri esempi di servomeccanismi sono:

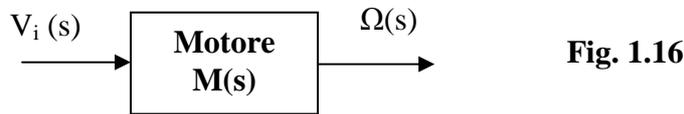
- Servosterzo: la sterzata imposta alle ruote, esercitata da un attuatore meccanico, deve seguire fedelmente l'andamento di un apposito segnale elettrico generato dalla rotazione dello sterzo.
- Servofreno: la pressione, generata da una pompa ed inviata sulle ganasce, deve seguire fedelmente l'andamento del movimento del pedale del freno.

Nel prosieguo dello studio faremo sempre riferimento a sistemi di regolazione.

2.2 Controllo della velocità di un motore.

Poniamoci il problema di controllare la velocità di un motore, nel senso di fare in modo che il motore abbia la voluta velocità sull'asse e la mantenga costante in tutte le condizioni di funzionamento, anche quando si varia la coppia resistente. Quest'ultima rappresenta la reazione dell'ambiente all'azione del motore: ad esempio, un treno che con i suoi motori deve trascinare delle carrozze deve vincere la resistenza dovuta al peso delle carrozze stesse. Poiché la coppia resistente può variare in modo imprevedibile e incontrollabile, essa viene vista come un "disturbo" ed il lavoro del sistemista (studioso dei sistemi) consiste proprio nel fare in modo che il sistema di controllo renda minimo l'effetto del disturbo e consenta il raggiungimento ed il mantenimento della velocità desiderata. Pur essendo prematuro (dato il livello delle conoscenze fin qui acquisite) affondare il discorso sulle problematiche indicate, cercheremo di dare una idea di come è possibile ottenere certi risultati, e lo faremo con un semplice esempio. In tutto ciò che diremo considereremo

il sistema in condizioni di "*regime*", in assenza cioè di ogni variazione delle grandezze fisiche coinvolte. Questo ci permetterà di annullare i termini in "*s*" della funzione di trasferimento, che si riduce così al solo "*Guadagno statico*". In prima approssimazione il guadagno statico è una quantità reale e costante, parte integrante di una funzione di trasferimento, che rappresenta il legame algebrico tra ingresso ed uscita di un sistema in condizioni "*statiche*" (regime). I termini in "*s*", invece, portano in conto le relazioni ingresso-uscita durante la fase in cui le grandezze fisiche variano in cerca di un assestamento ("*transitorio*").



Lo schema di Fig. 1.16 rappresenta in modo simbolico un motore a corrente continua che, sottoposto a tensione $V_i(s)$, imprime all'asse una rotazione $\Omega(s)$ proporzionale alla $V_i(s)$, secondo la relazione

$$\Omega(s) = M(s) * V_i(s) \quad (1.1)$$

in cui $M(s)$ rappresenta la funzione di trasferimento. Per quanto detto all'inizio del paragrafo, se consideriamo una V_i costante ed una Ω misurata un certo tempo dopo che V_i ha subito l'ultima variazione (condizioni di regime), la relazione (1.1) diventa

$$\Omega = M * V_i \quad (1.2)$$

in cui M è il guadagno statico associato alla $M(s)$. Dato che Ω si misura in *giri/min* e V_i in *Volt*, e dato che $M = \Omega/V_i$ (dalla (1.2)), il guadagno statico del motore si misura in

$$[M] = \frac{\frac{g}{min}}{V} = \frac{g}{min * V}$$

Nella Tab. 1.1, per ulteriore chiarimento, viene riportato un esempio di legame tra V_i ed Ω .

TAB. 1.1	
V_i [V]	Ω [g/min]
0	0
1	500
2	1000
3	1500
4	2000
5	2500
6	3000
7	3500
8	4000
9	4500
10	5000

Ad esempio

$$\begin{aligned} V_i = 5 \text{ V} &\rightarrow \Omega = 2500 \text{ g/min} \\ V_i = 8,5 \text{ V} &\rightarrow \Omega = 4250 \text{ g/min} \\ V_i = 10 \text{ V} &\rightarrow \Omega = 5000 \text{ g/min} \end{aligned}$$

Nell'ipotesi di linearità, il guadagno statico può essere determinato facendo riferimento ad una coppia qualsiasi di valori della tabella.

$$M = \frac{5000}{10} = 500 \frac{g}{min * V}$$

Controllo a catena aperta

Si parla di controllo a catena aperta quando l'ingresso di controllo non risente in alcun modo del valore che assume l'uscita Ω .

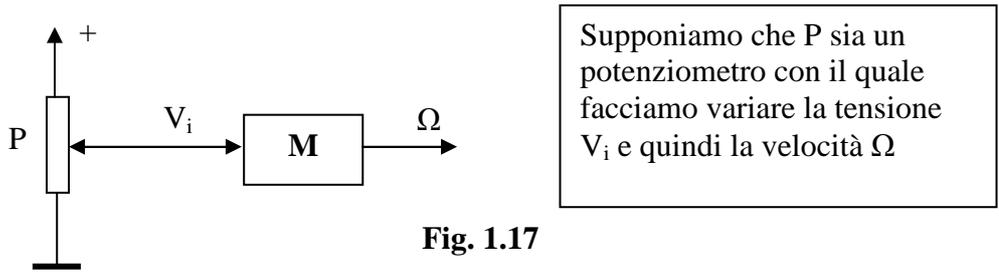


Fig. 1.17

Nello schema di Fig. 1.17 sorgono problemi quando applichiamo la coppia resistente sull'asse del motore. Tale coppia agisce come un disturbo che fa diminuire la velocità Ω , falsando la relazione indicata nella Tab. 1.1. Scopriamo quindi che la relazione funzionale $\Omega = M * V_i$ non è sufficiente a descrivere correttamente il comportamento del sistema, per cui nella Fig. 2.5 introduciamo una correzione per tener conto dell'effetto del disturbo d dovuto alla coppia resistente.

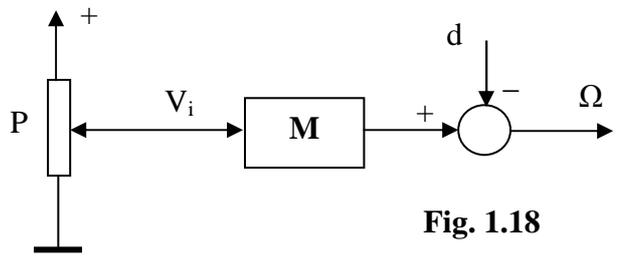


Fig. 1.18

La 1.2 diventa quindi

$$\Omega = M * V_i - d$$

Supponiamo, per fissare le idee, che in ingresso al blocco M ci sia una tensione di $10V$, che produce in uscita una velocità di 5000 g/min (vedi Tab. 2.1). Supponiamo ancora che la coppia resistente introduca un abbattimento di tale velocità pari a 1000 g/min . La velocità effettiva Ω misurabile all'asse sarà quindi di 4000 g/min , con una variazione percentuale pari a

$$\Delta\Omega\% = \frac{5000 - 4000}{5000} * 100 = 20\% \quad (1.3)$$

Controllo a catena chiusa

Si parla di controllo a catena chiusa quando l'effettiva tensione di ingresso al sistema (il motore) è ottenuta confrontando tra loro una tensione di riferimento V_{rif} ed una tensione V_m , proveniente da un sensore, legata alla effettiva velocità Ω misurata in uscita.

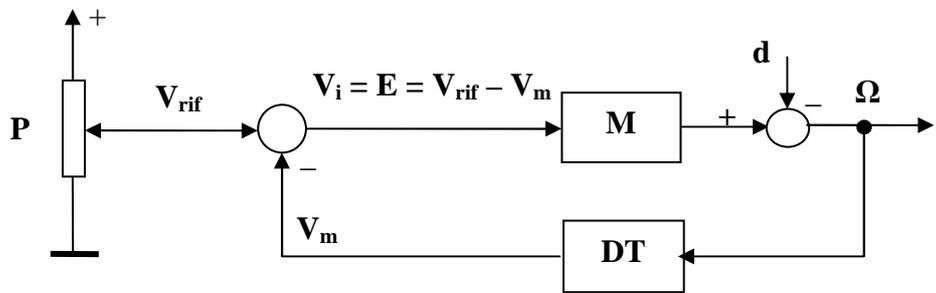


Fig. 1.19

Nello schema di Fig. 1.19, M è il guadagno statico del motore; DT è il guadagno statico di una "*dinamo tachimetrica*" che fornisce una tensione continua V_m proporzionale alla velocità misurata Ω ; V_{rif} è la tensione di riferimento con la quale impostiamo il valore della velocità; P è il potenziometro con cui facciamo variare V_{rif} ; il nodo sommatore di sinistra realizza la sottrazione tra V_{rif} e V_m ; il nodo sommatore di destra introduce l'effetto del disturbo d (coppia resistente). Per quanto riguarda la dinamo, diciamo che essa svolge una funzione opposta a quella del motore: converte una velocità angolare in una tensione continua. Per semplicità supponiamo che essa abbia una caratteristica esattamente opposta a quella del motore (Tab. 1.2).

Il guadagno statico DT della dinamo può essere calcolato, per esempio, per $\Omega = 5000 \text{ g/min}$ e $V_m = 10 \text{ V}$

$$DT = \frac{V_m}{\Omega} = \frac{10}{5000} = 2 * 10^{-3} \frac{\text{V}}{\frac{\text{g}}{\text{min}}} = 0,002 \frac{\text{V} * \text{min}}{\text{g}}$$

Ω [g/min]	V_m [V]
0	0
500	1
1000	2
1500	3
2000	4
2500	5
3000	6
3500	7
4000	8
4500	9
5000	10

La relazione funzionale che scaturisce dalla Tab. 1.2 è

$$V_m = DT * \Omega \quad (1.4)$$

Come si vede dallo schema di Fig. 1.19, la tensione di ingresso al motore V_i viene ottenuta dalla differenza tra V_{rif} e V_m . Essa viene anche detta "*tensione di errore*" (indicata con E) perché in qualche modo rappresenta lo scostamento tra la velocità desiderata in uscita (che si dimostra essere $\Omega_{ideale} = V_{rif}/DT$) e quella effettiva, reale. Quando infatti, in situazioni particolari, si riesce ad avere $\Omega = \Omega_{ideale}$ si ottiene

$$E = V_{rif} - V_m = V_{rif} - DT * \Omega_{ideale} = V_{rif} - DT * \frac{V_{rif}}{DT} = V_{rif} - V_{rif} = 0$$

Quello rappresentato in Fig. 1.19 è un sistema di controllo a retroazione, capace di stabilizzare in una certa misura la grandezza di uscita Ω , anche in presenza di variazioni della coppia resistente. Infatti, come abbiamo detto, la tensione di errore E che alimenta il motore è data dalla differenza tra V_{rif} e V_m , quest'ultima direttamente proporzionale alla velocità Ω . Se supponiamo, ad esempio, che Ω diminuisca (per un aumento della coppia resistente), questo fa diminuire V_m ed aumentare E ; l'aumento di E tira su la velocità Ω , che era diminuita. Se invece supponiamo che Ω aumenti (per una riduzione della coppia resistente), questo fa aumentare V_m e diminuire E ; la riduzione di E tira giù la velocità Ω , che era aumentata.

L'unico problema da risolvere è costituito dal fatto che la tensione di errore E è troppo debole per azionare il motore. Introduciamo quindi un amplificatore (che indicheremo con A) sulla linea diretta, verificando più avanti nella trattazione quanto sia importante definirne correttamente il valore del guadagno.

Per affrontare il discorso dal punto di vista quantitativo, occorre manipolare un po' il circuito, perché il sistema nel suo complesso presenta due ingressi: quello principale (V_{rif}) e quello dovuto al disturbo (d). Per calcolare la risposta del sistema occorrerà quindi applicare il "*Principio di sovrapposizione degli effetti*" (nell'ipotesi di sistema lineare), che ci consenta di studiare separatamente gli effetti dell'ingresso utile e quelli del disturbo, per poi ricomporli in una unica risposta. Nelle figure seguenti sono disegnati, gli schemi relativi al solo ingresso utile (Fig. 1.20) e al solo disturbo (Fig. 1.21).

Risposta al solo segnale utile

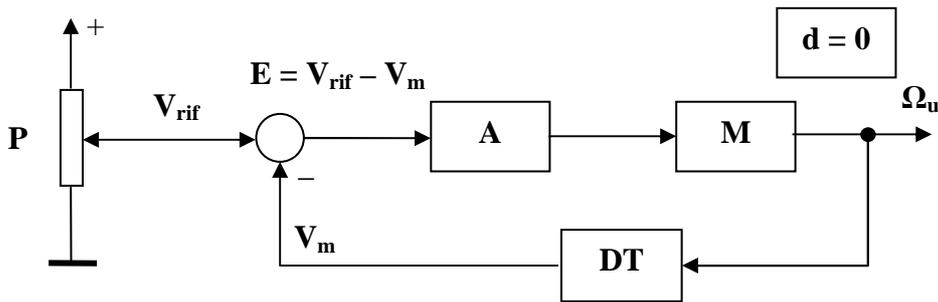


Fig. 1.20

A = 100
M = 500 g/min*V
DT = 0,002 V*min/g
V_{rif} = 10V

In Fig. 2.8 è stato eliminato il disturbo e lasciato agire il solo segnale utile. Il sistema presenta il seguente guadagno:

$$G_u = \frac{A * M}{1 + A * M * DT} = \frac{100 * 500}{1 + 100 * 500 * 0,002} = 495 \quad (1.5)$$

Purtroppo con questo tipo di controllo c'è da sopportare un lieve calo del guadagno complessivo (era **500** nel controllo a catena aperta). Questa riduzione è inevitabile ma può essere contenuta aumentando il guadagno dell'amplificatore A. Quest'ultima operazione, però, va fatta con attenzione perché ogni aumento del guadagno avvicina il sistema alle condizioni di instabilità, come si vedrà nel prosieguo del corso.

Con il valore calcolato con la 2.5 la velocità del motore risulta essere, per lo stesso ingresso di **10V** ipotizzato nel caso di controllo a catena aperta,

$$\Omega_u = G_u * 10 = 495 * 10 = 4950 \text{ g/min} \quad (1.6)$$

con un piccolo errore (sul valore desiderato di **5000 g/min**) di

$$e\% = \frac{5000 - 4950}{5000} * 100 = 1\%$$

Questo piccolo errore può essere tollerato in cambio della stabilizzazione della velocità in uscita. Esso, come detto, è inevitabile (tranne in un caso particolare che non tratteremo) perché renderlo nullo significherebbe avere $E = 0$, come visto precedentemente. Avremmo quindi l'assurdo di una uscita $\Omega_u \neq 0$ con un ingresso $E = 0$ sulla linea diretta.

Risposta al solo disturbo

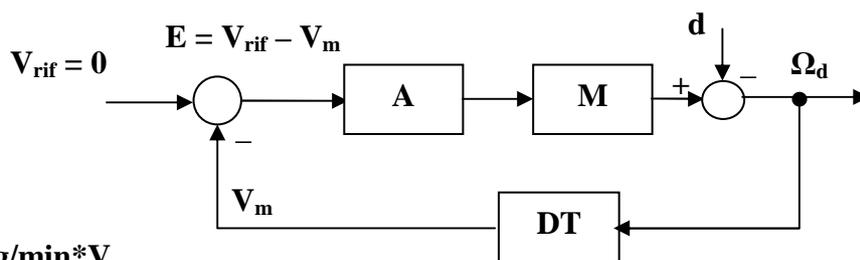


Fig. 1.21

A = 100
M = 500 g/min*V
DT = 0,002 V*min/g
d = 1000 g/min

In questo caso l'ingresso agente è d (V_{rif} è stato azzerato), mentre l'uscita è Ω_d . Per calcolare il guadagno anche per questo schema, occorre fare qualche considerazione e ridisegnare i collegamenti.

Innanzitutto si fa notare che $V_{rif} = 0$ implica che il nodo sommatore dell'ingresso utile si trasforma in un semplice invertitore, in un blocco cioè che inverte il segnale presente al suo ingresso. Infatti

$$E = V_{rif} - V_m = 0 - V_m = -V_m$$

Lo schema di Fig. 1.21 si trasforma quindi in quello di Fig. 1.22, in cui è stata introdotta l'inversione dovuta al nodo sommatore di ingresso ed il disturbo d è stato posizionato sulla sinistra, lasciando a destra l'uscita Ω_d . Gli altri blocchi, che fanno parte della linea di retroazione, sono stati spostati verso il basso, ottenendo una struttura a noi più familiare.

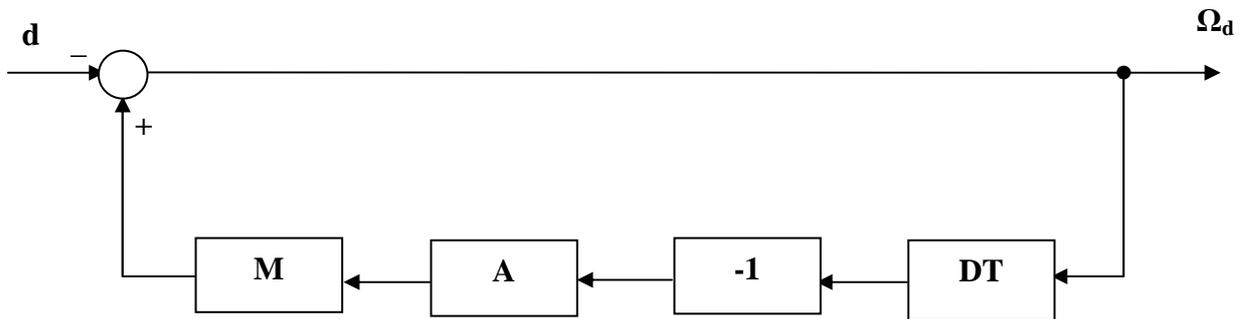


Fig. 1.22

Osservando la Fig. 1.21, si nota che:

- L'ingresso V_{rif} non va considerato
- L'ingresso di disturbo d passa direttamente sull'uscita Ω_d (linea diretta a guadagno unitario).
- Il segnale prelevato dall'uscita arriva al nuovo ingresso passando attraverso il blocco DT , il nodo sommatore dell'ingresso di segnale che causa una inversione (-1), il blocco A ed il blocco M (Si segua il percorso anche sulla Fig. 1.22).

Una ulteriore trasformazione consiste nell'eliminare il blocco invertente (-1) cambiando contemporaneamente il segno $+$ in $-$ accanto al nodo sommatore dell'ingresso d , ottenendo una situazione del tutto equivalente (Fig. 1.23).

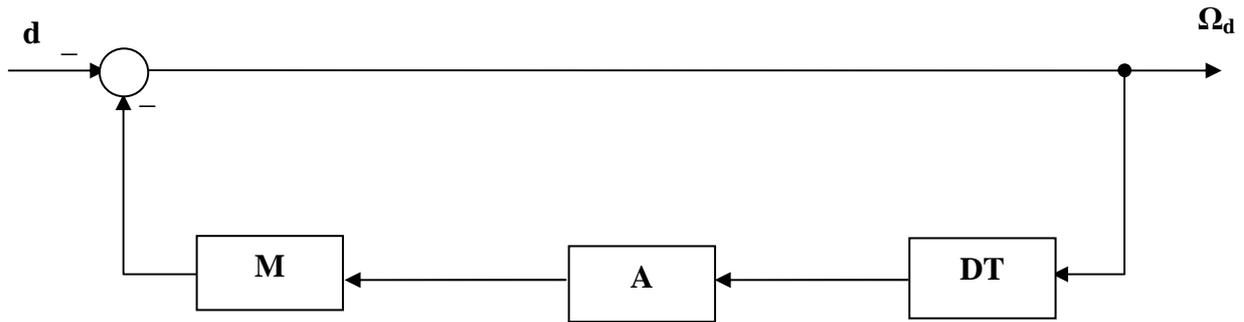


Fig. 1.23

Possiamo, a questo punto, calcolare il valore del guadagno relativo al disturbo.

$$G_d = \frac{1}{1 + M * A * DT} = \frac{1}{1 + 500 * 100 * 0,002} = 9,9 * 10^{-3} \quad (1.7)$$

Con il valore calcolato con la 2.7 la variazione di velocità del motore causata dal disturbo risulta essere, per lo stesso valore $d = 1000 \text{ g/min}$ ipotizzato nel caso di controllo a catena aperta,

$$\Omega_d = G_d * (-d) = 9,9 * 10^{-3} * (-1000) = -9,9 \text{ g/min} \quad (1.8)$$

La Ω_d calcolata con la 2.8 rappresenta la variazione (indesiderata) di velocità introdotta dal disturbo d . Si può subito notare che, a fronte di una riduzione di 1000 g/min agente sulla linea diretta, la riduzione che si ripercuote in uscita si riduce a soli $9,9 \text{ g/min}$. Rapportando questo valore a quello della velocità utile ottenuto con la 2.6 si ottiene l'errore percentuale (il segno meno è stato trascurato perché indica solo che l'errore è in diminuzione).

$$e\% = \frac{9,9}{4950} * 100 = 0,2\% \quad (1.9)$$

molto contenuto rispetto a quello pari al 20% calcolato con la 2.3 nel caso di controllo a catena aperta.

Risposta globale del sistema

L'espressione della risposta del sistema ad entrambe le sollecitazioni, quella utile e quella costituita dal disturbo, è data da

$$Y = Y_u + Y_d = G_u * V_{rif} - G_d * d$$

da cui si ricava

$$Y = 495 * 10 - 9,9 * 10^{-3} * 1000 = 4950 - 9,9 \cong 4940 \text{ g/min}$$

Considerazioni

A margine di quanto detto, facciamo notare che al tendere di A all'infinito, (compatibilmente con le condizioni di stabilità) il guadagno del sistema relativo all'ingresso utile (Fig. 1.20) tende a diventare pari all'inverso del guadagno della linea di retroazione. Infatti

$$\lim_{A \rightarrow \infty} G_u = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{A * M}{1 + A * M * DT} = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{A * M}{A * M * DT} = \frac{1}{DT}$$

(si noti che, quando $A \rightarrow \infty$, 1 può essere trascurato rispetto al termine $A * M * DT$).

Il risultato ottenuto suggerisce che per $A \rightarrow \infty$ si possa raggiungere la velocità voluta Ω_{ideale} . Infatti

$$\Omega = V_{rif} * G_u = V_{rif} * \frac{1}{DT} = \frac{V_{rif}}{DT} = \Omega_{ideale}$$

Facciamo inoltre notare che il guadagno del sistema relativo al disturbo (Fig. 1.23), per $A \rightarrow \infty$, tende ad azzerarsi. Infatti

$$\lim_{A \rightarrow \infty} G_d = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + A * M * DT} = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{A * M * DT} = 0$$

(si noti anche qui che, quando $A \rightarrow \infty$, 1 può essere trascurato rispetto al termine $A * M * DT$).

In questo caso il risultato ottenuto suggerisce che per $A \rightarrow \infty$ l'effetto del disturbo d si possa annullare completamente.

I due risultati ottenuti non sono realistici perché, come abbiamo già detto, per A molto grande intervengono problemi di instabilità. Per quanto riguarda poi, più in generale, l'attenuazione dell'effetto dei disturbi, la situazione peggiora quando gli stessi non si presentano verso l'uscita del sistema ma in altre parti, soprattutto quando si presentano sulla linea di retroazione.

MODULO 2: REGOLATORI INDUSTRIALI

Generalità

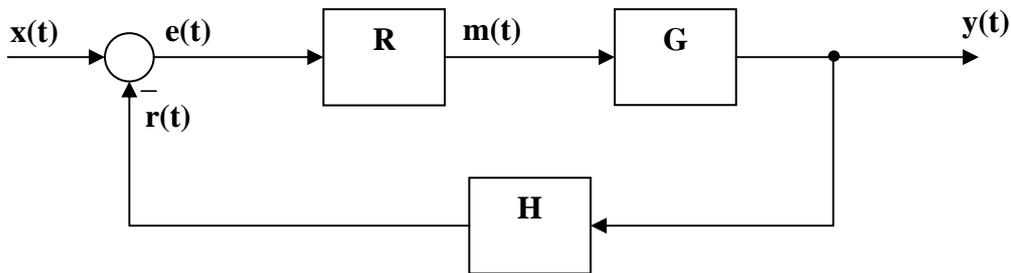


Fig. 2.1

R = Regolatore

G = Sistema oggetto (Sistema da controllare)

H = Trasduttore

x(t) = Ingresso di riferimento

r(t) = Segnale di reazione

e(t) = Segnale di errore

m(t) = Azione del regolatore

y(t) = Uscita dell'intero sistema

La Fig. 2.1 mostra un tipico sistema di regolazione. Molto spesso nei sistemi di controllo industriali non è possibile conoscere l'esatta funzione di trasferimento del sistema oggetto, per cui risulta molto difficile, se non impossibile, mettere in pratica tutte quelle tecniche conosciute per lo studio della precisione a regime. Allo stesso modo non è facile applicare al sistema oggetto quelle procedure, che verranno studiate nel seguito, necessarie per studiare, ed eventualmente correggere, le caratteristiche del sistema stesso legate alla stabilità. In questi casi si fa ricorso ad apparecchiature standard, dette "**Regolatori industriali**", che, inserite nella catena diretta del sistema di controllo, subito dopo il nodo di confronto, consentono di gestire il segnale di errore per attuare una opportuna azione di controllo, di vario tipo, con la possibilità di modificarne i parametri mediante alcune manopole opportunamente tarate. In alcuni casi particolari, questi dispositivi possono comprendere direttamente il generatore di segnale di riferimento ed il nodo sommatore, nonché una rete correttiva per la stabilità nel caso in cui si conoscesse, anche in modo approssimato, la posizione dei poli del sistema da controllare.

L'azione di un regolatore, cioè il suo modo di gestire il segnale di errore per esercitare il controllo, dipende dalla relazione matematica che lega il segnale di uscita a quello di ingresso. Si possono avere regolatori che esplicano azione:

- Proporzionale (**P**)
- Integrale (**I**)
- Derivativa (**D**)
- Proporzionale ed Integrativa (**PI**)
- Proporzionale e Derivativa (**PD**)
- Proporzionale, Integrativa e Derivativa (**PID**)

Regolatore Proporzionale (P)

In un regolatore ad azione proporzionale il legame tra il segnale $m(t)$ presente alla sua uscita (azione del regolatore) e quello $e(t)$ presente al suo ingresso (segnale di errore) è espresso da una relazione del tipo

$$m(t) = K_p * e(t) \quad (2.1)$$

L'azione di un regolatore proporzionale risponde prontamente alle variazioni della grandezza controllata.

Ha però il difetto di non annullare completamente il segnale di errore, perché solo la presenza di quest'ultimo provoca l'azione controllante.

L'unica cosa che si può fare è ridurre al minimo l'errore elevando il guadagno K_p del regolatore, compatibilmente con le esigenze di stabilità. Ricordiamo che un errore non nullo significa che la grandezza in uscita non ha esattamente il valore da noi voluto.

Per capire meglio in che modo agisce tale regolazione, supponiamo di tagliare la linea che collega il regolatore al sistema oggetto ed ipotizziamo un errore $e(t)$ che, con un andamento a gradino, all'istante t_0 si porta dal valore e_0 al valore e_1 (vedi Fig. 2.2). Il regolatore risponde portando la sua azione dal valore m_0 al valore m_1 , ma questo non influisce sull'errore per le ipotesi fatte sulla linea che collega il regolatore al sistema oggetto. Si può comunque osservare la proporzionalità che esiste tra l'errore e l'azione del regolatore.

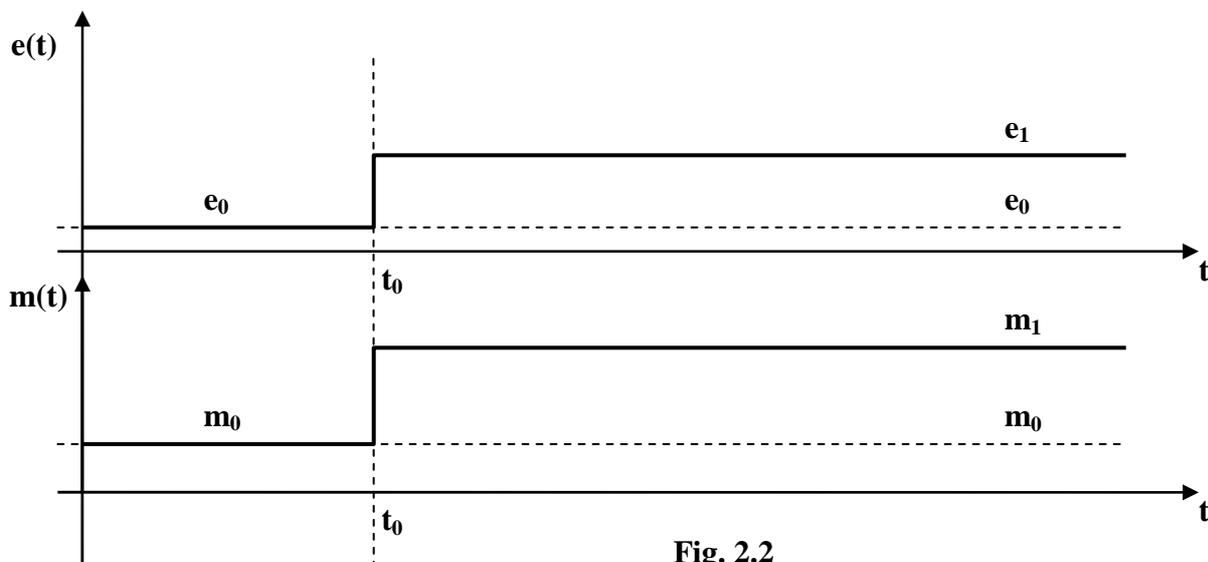


Fig. 2.2

Proviamo adesso a ristabilire il collegamento tra il regolatore ed il sistema oggetto e vediamo, con l'aiuto della Fig. 2.3, come evolve in questo caso la stessa situazione di prima.

Dalla figura si può notare che all'istante t_0 , al presentarsi del gradino di errore, il regolatore risponde prontamente portando la sua azione dal valore m_0 al valore m_1 ; questo fa diminuire l'errore, che dal valore e_1 tende a riportarsi al valore e_0 . L'errore, però, non potrà mai raggiungere il vecchio valore e_0 , perché questo riporterebbe l'azione del regolatore al valore iniziale m_0 e si avrebbe una cosa assurda: il regolatore manterrebbe le stesse condizioni operative che esistevano prima del sopraggiungere del gradino di errore senza aver modificato alcun parametro. In realtà, il regolatore cerca e trova un nuovo equilibrio, in cui un errore e_2 , maggiore di quello iniziale e_0 , gli consente di esercitare una azione m_2 , maggiore di quella iniziale m_0 , con la quale poter compensare gli effetti del gradino di errore.

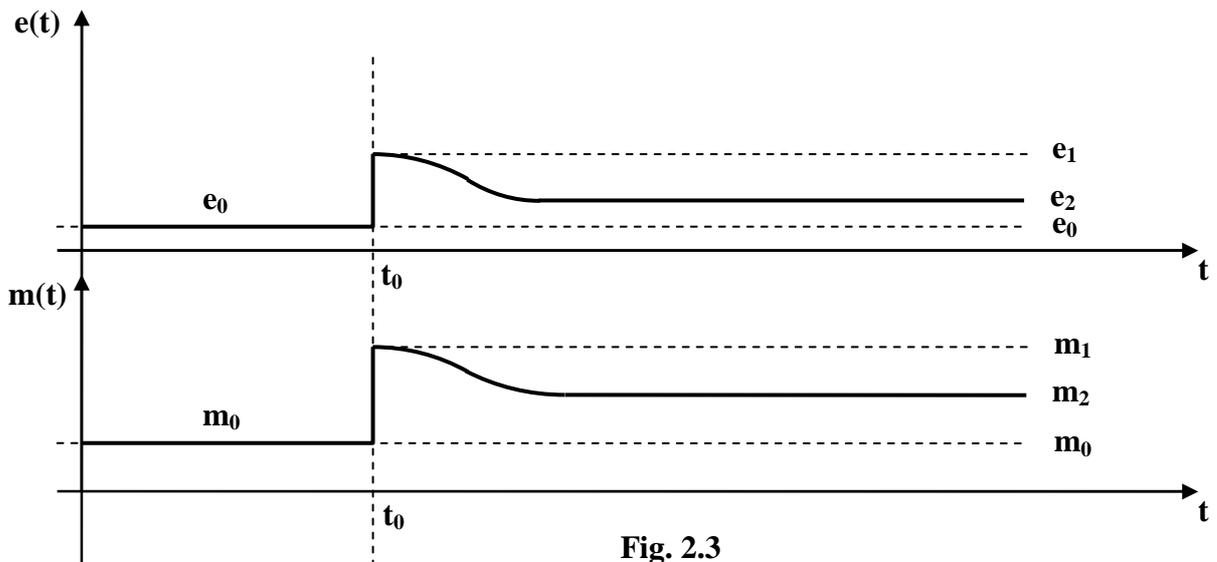


Fig. 2.3

Esempio

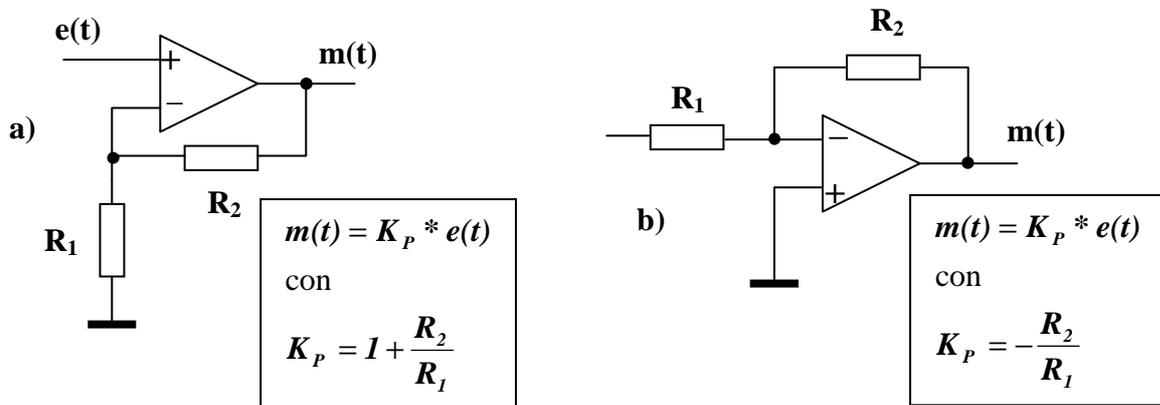


Fig. 2.4

Regolatore Integrativo (I)

In un regolatore ad azione integrativa il legame tra il segnale $m(t)$ presente alla sua uscita (azione del regolatore) e quello $e(t)$ presente al suo ingresso (segnale di errore) è espresso da una relazione del tipo

$$m(t) = K_I * \int e(t) dt \quad (2.2)$$

Derivando membro a membro la 3.2, si ottiene

$$\frac{d m(t)}{d t} = K_I * e(t) \quad (2.3)$$

Dalla 2.3 si deduce che la $m(t)$ varia per tutto il tempo in cui $e(t) \neq 0$ (derivata al primo membro della 2.3 diversa da zero), per cui il regolatore modifica la sua azione fino a quando non riesce ad annullare l'errore.

L'azione di un regolatore integrativo ha il pregio di annullare a regime il segnale di errore. Poiché, però, l'azione controllante viene fuori da un processo di integrazione, la sua velocità di risposta è molto inferiore a quella del regolatore proporzionale.

Per capire meglio in che modo agisce tale regolazione, supponiamo di tagliare la linea che collega il regolatore al sistema oggetto ed ipotizziamo un errore $e(t)$ che, con un andamento a gradino, all'istante t_0 si porta da 0 al valore e_1 (vedi Fig. 2.5). Il regolatore risponde incrementando linearmente il valore della sua azione, ma questo non influisce sull'errore per le ipotesi fatte sulla linea che collega il regolatore al sistema oggetto. Si può comunque osservare il legame che esiste tra l'errore e l'azione del regolatore.

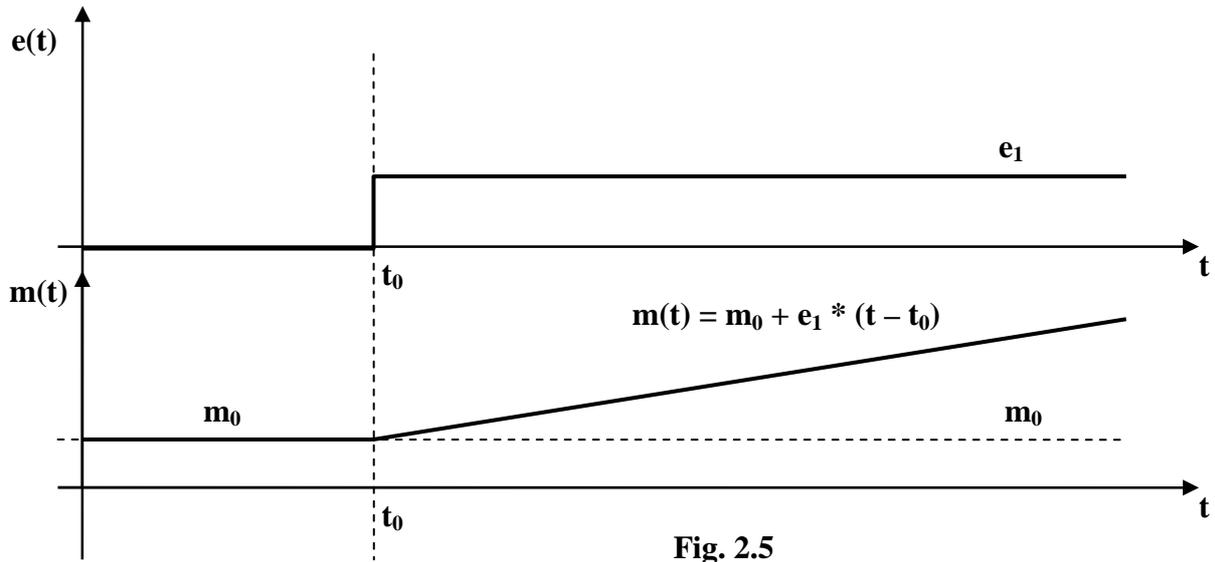


Fig. 2.5

Proviamo adesso a ristabilire il collegamento tra il regolatore ed il sistema oggetto e vediamo, con l'aiuto della Fig. 2.6, come evolve in questo caso la stessa situazione di prima. Dalla figura si può notare che all'istante t_0 , al presentarsi del gradino di errore, il regolatore risponde incrementando la sua azione con un andamento che è legato all'area S sottesa dal grafico dell'errore nel generico istante t (si ripensi al concetto di integrale). L'errore $e(t)$ comincia a decrescere, ma, poiché l'area S continua a crescere, anche l'azione del regolatore continua a crescere, anche se più lentamente, e lo fa fino a quando l'errore non si annulla. Solo allora si ferma al valore m_1 , perché non c'è più area sottesa dall'errore che si possa addizionare.

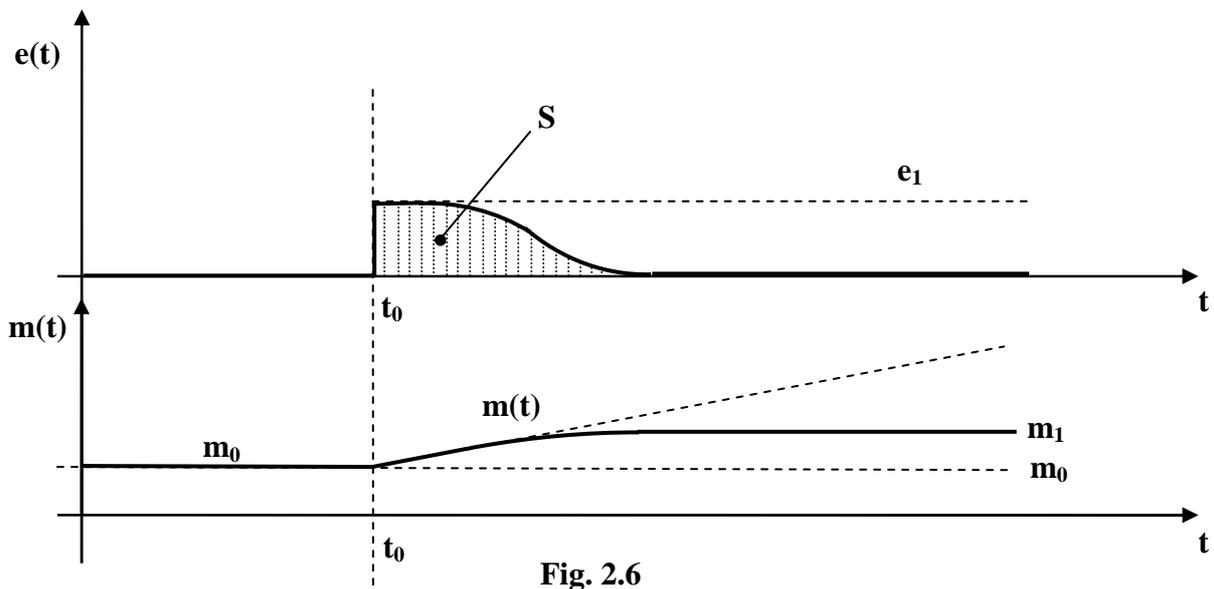


Fig. 2.6

Si capisce, quindi, come sia possibile che questo regolatore dia una azione anche in presenza di errore nullo; basta pensare che l'azione del regolatore non è proporzionale all'errore $e(t)$ ma all'area sottesa dal suo andamento, la quale resta diversa da zero anche quando l'errore si è annullato. Se usiamo poi un integratore realizzato con una rete elettrica, possiamo anche dire che l'azione controllante è legata alla tensione residua sul condensatore che certamente è presente nella rete, tensione che permane anche quando l'ingresso dell'integratore si è azzerato.

Infine, se consideriamo la trasformata di Laplace della 2.2

$$M(s) = \frac{K_I}{s} * E(s)$$

scopriamo che questo regolatore ha una funzione di trasferimento $\frac{K_I}{s}$ con un polo nell'origine, il che giustifica l'azzeramento dell'errore a gradino (*sistema di tipo I*). Bisogna, però, stare attenti all'effetto destabilizzante di questo polo nullo.

Esempio

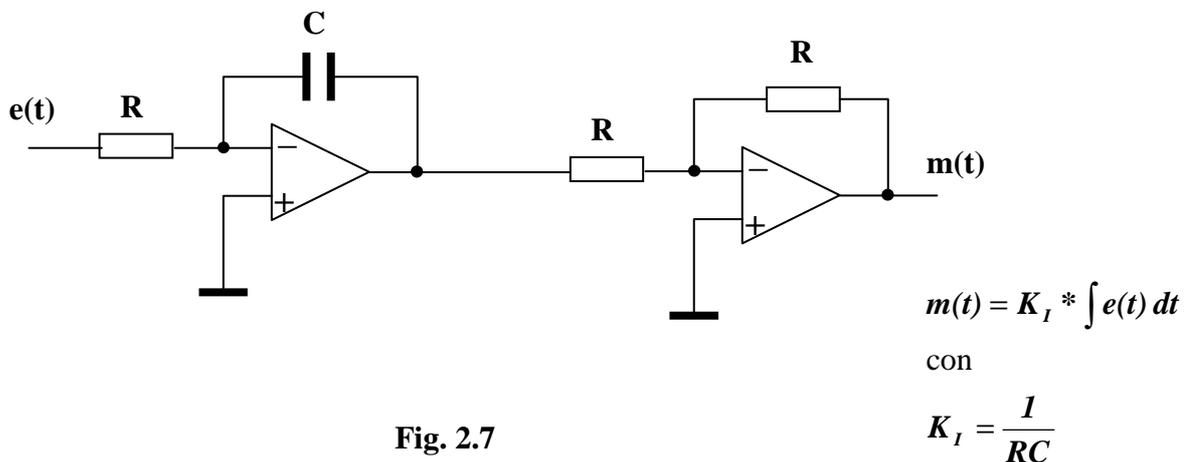


Fig. 2.7

Nota: l'invertitore a guadagno unitario posto in uscita serve a compensare l'inversione di segno introdotta dall'integratore.

Regolatore Derivativo (D)

In un regolatore ad azione derivativa il legame tra il segnale $m(t)$ presente alla sua uscita (azione del regolatore) e quello $e(t)$ presente al suo ingresso (segnale di errore) è espresso da una relazione del tipo

$$m(t) = K_D * \frac{d e(t)}{d t} \quad (2.4)$$

La caratteristica di questa regolazione è di opporsi alle oscillazioni della grandezza controllata; più è accentuata l'oscillazione di quest'ultima e più forte è l'azione regolatrice, perché più grande è il valore della derivata a secondo membro della 2.4.

Lo svantaggio di tale regolazione è costituito dal fatto che, una volta smorzata l'oscillazione, la derivata dell'errore si annulla e quindi si annulla l'azione regolatrice, ma questo non vuol dire che sia nullo anche l'errore, per cui il valore finale dell'uscita risulta distante da quello previsto. Questo fa sì che tale regolazione non possa essere mai impiegata da sola.

Esempio

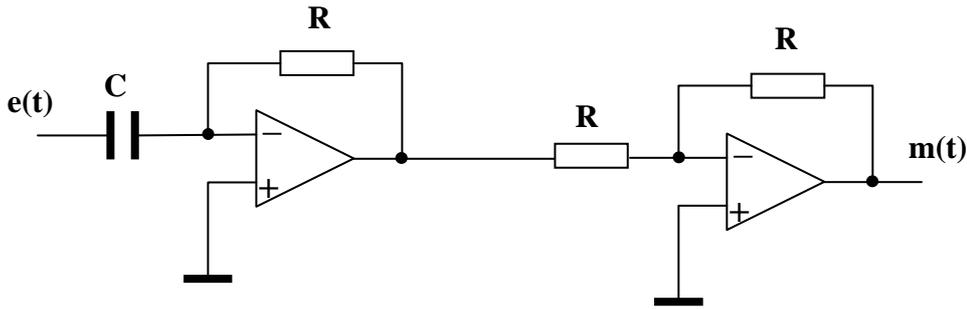


Fig. 2.8

$$m(t) = K_D * \frac{d e(t)}{dt}$$

con

$$K_D = \frac{1}{RC}$$

Nota: l'invertitore a guadagno unitario posto in uscita serve a compensare l'inversione di segno introdotta dal derivatore.

Regolatore Proporzionale-Integrativo (PI)

In un regolatore ad azione proporzionale-integrativa il legame tra il segnale $m(t)$ presente alla sua uscita (azione del regolatore) e quello $e(t)$ presente al suo ingresso (segnale di errore) è espresso da una relazione del tipo

$$m(t) = K_P * e(t) + K_I * \int e(t) dt = m_P(t) + m_I(t) \quad (2.5)$$

E' una regolazione che mette insieme la prontezza di risposta dell'azione proporzionale con la precisione dell'azione integrativa.

Essa è ottenuta sommando algebricamente le due azioni messe insieme.

Per capire meglio in che modo agisce tale regolazione, ipotizziamo un errore $e(t)$ mantenuto artificialmente costante al valore e_0 ; si supponga cioè, in presenza di un disturbo a gradino, di tagliare la linea che collega il regolatore al sistema oggetto (vedi Fig. 2.1), in modo che la grandezza di uscita non possa subire l'azione del regolatore stesso. La Fig. 2.9 illustra l'errore e_0 che si presenta all'istante t_0 in corrispondenza del disturbo a gradino e la corrispondente azione combinata dei regolatori, rispettivamente, proporzionale ed integrativo. Con le linee tratteggiate sono state indicate le azioni separate, con la linea continua, invece, è stata indicata l'azione combinata.

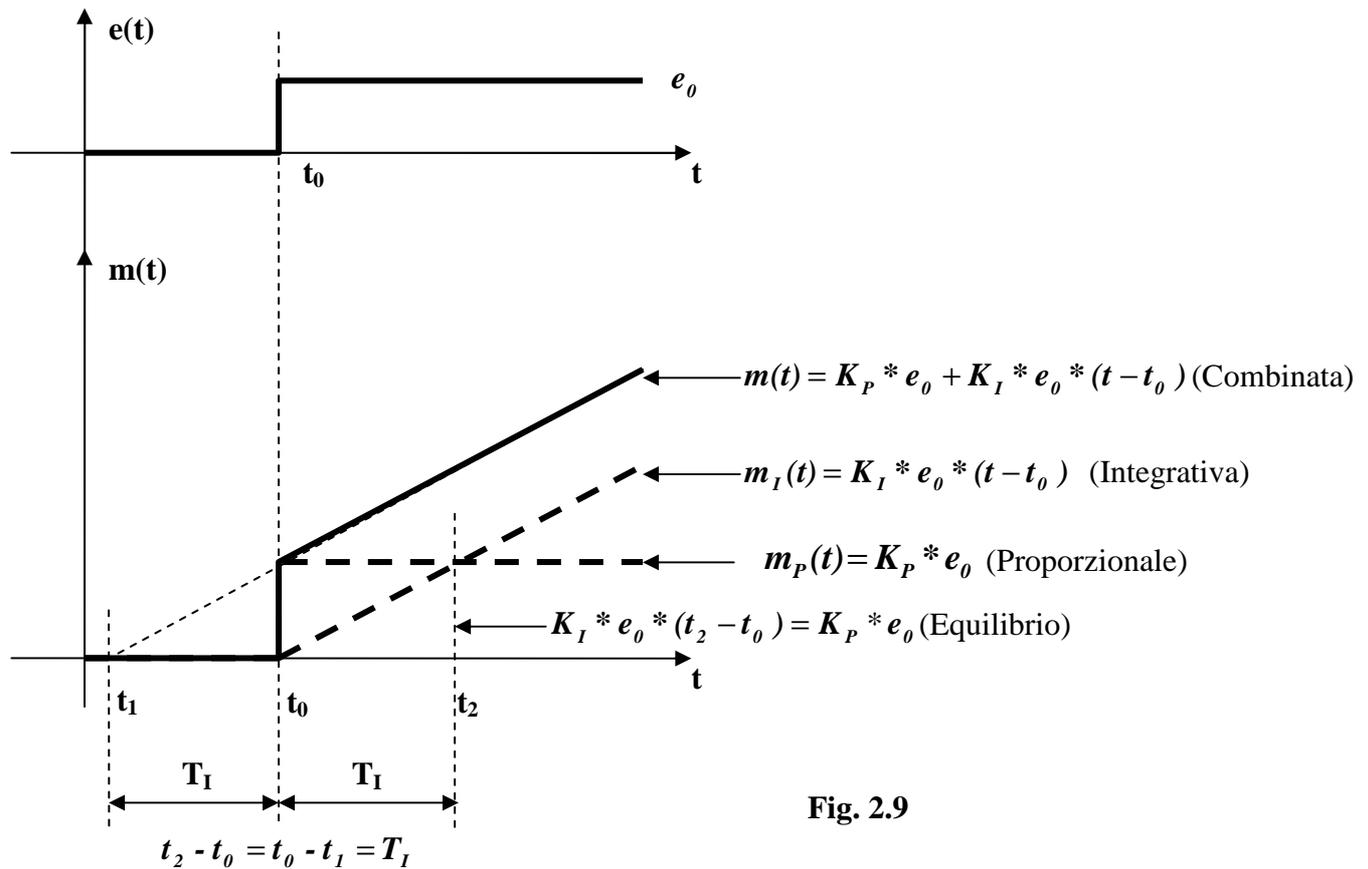


Fig. 2.9

Osservando la Fig. 2.9, si nota che nell'istante t_2 , e solo in quell'istante, le due azioni si equivalgono. Uguagliando i due valori che esse assumono in t_2 , si ottiene

$$K_I * e_0 * (t_2 - t_0) = K_I * e_0 * T_I = K_P * e_0 \quad (2.6)$$

avendo indicato $(t_2 - t_0) = T_I$

Dalla 2.6 si ricava

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \quad (2.7)$$

Osservando la Fig. 2.9, possiamo attribuire all'intervallo di tempo T_I un significato fisico. Infatti, consideriamo nella suddetta figura il prolungamento dell'azione combinata dei due regolatori; tale prolungamento intercetta sull'asse dei tempi l'istante t_1 . Per i criteri di uguaglianza dei triangoli rettangoli si può facilmente dimostrare che $(t_0 - t_1) = (t_2 - t_0) = T_I$. Possiamo allora affermare che

L'azione proporzionale integrativa è equivalente ad una regolazione puramente integrativa, anticipata, rispetto all'istante in cui varia la grandezza controllata, di un tempo pari a T_I , che, per questo motivo, viene detto "Anticipo della regolazione integrativa".

In altre parole, è come avere una azione integrativa capace di prevedere, con un anticipo pari a T_I , le variazioni della grandezza controllata; il che compensa la sua lentezza.

Da un altro punto di vista, possiamo dire che, in seguito ad una variazione della grandezza controllata, interviene prontamente l'azione proporzionale che dà una prima grossa e veloce riduzione dell'errore; segue poi l'azione integrativa che, con gradualità, si sostituisce all'azione proporzionale provvedendo ad annullare il residuo errore.

A questo punto consideriamo la trasformata di Laplace della 2.5.

$$M(s) = K_P * E(s) + K_I * \frac{E(s)}{s} = (K_P + \frac{K_I}{s}) * E(s) = \frac{K_P * s + K_I}{s} * E(s) \quad (2.8)$$

La 2.8 ci dice che questo regolatore ha una funzione di trasferimento che presenta un polo nell'origine, che giustifica l'azzeramento dell'errore a gradino (sistema di tipo 1), ed uno zero che compensa l'azione destabilizzante di tale polo.

Esempio

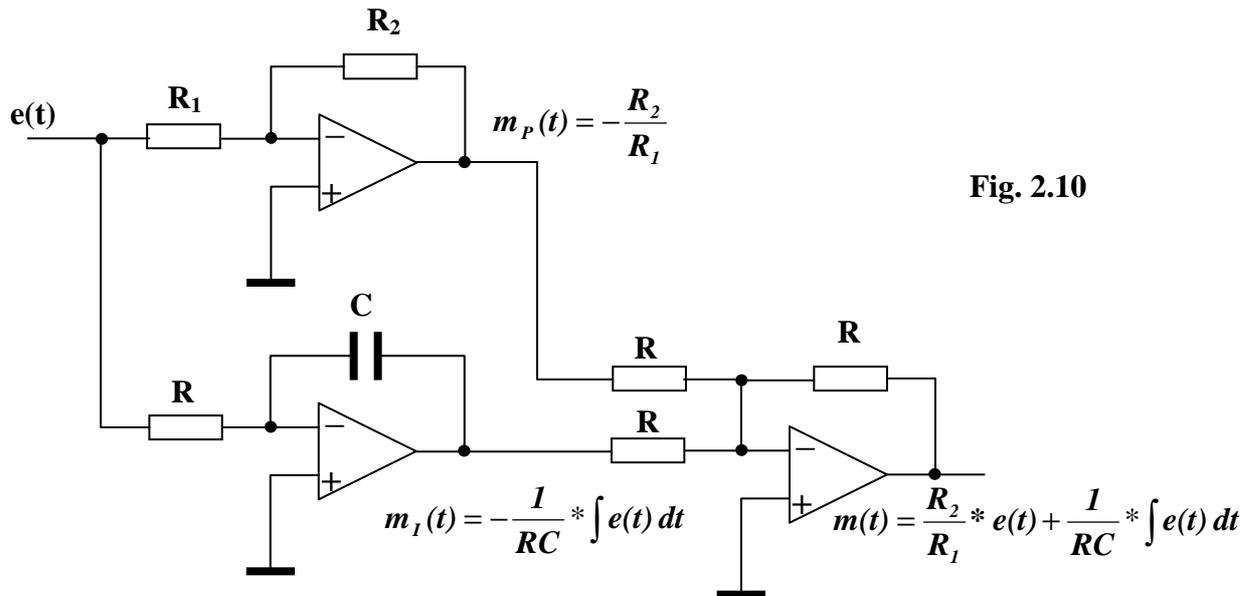


Fig. 2.10

Nota: Entrambi i regolatori elementari introducono una inversione di segno, per cui il sommatore posto in uscita per combinare insieme le due azioni è di tipo invertente, allo scopo di compensare tale inversione.

Regolatore Proporzionale-Derivativo (PD)

In un regolatore ad azione proporzionale-derivativa il legame tra il segnale $m(t)$ presente alla sua uscita (azione del regolatore) e quello $e(t)$ presente al suo ingresso (segnale di errore) è espresso da una relazione del tipo

$$m(t) = K_P * e(t) + K_D * \frac{d e(t)}{dt} = m_P(t) + m_D(t) \quad (2.9)$$

E' una regolazione utile quando il sistema oggetto ha una dinamica molto accentuata (costanti di tempo lunghe – poli molto prossimi all'origine). In tal caso la semplice azione proporzionale o l'azione proporzionale-integrativa non vanno bene perché danno origine ad una sovralongazione nel controllo per il fatto che l'azione della grandezza controllante impiega un certo tempo per propagarsi nel sistema oggetto fino alla grandezza controllata, la quale quindi "informa" con ritardo il regolatore dell'effetto dell'azione stessa. Il regolatore, trovandosi sbilanciato, è così costretto ad invertire ripetutamente la propria azione, causando delle oscillazioni nella grandezza controllata. L'uso di una azione proporzionale-derivativa tende invece a smorzare sul nascere tali oscillazioni.

Anche in questo caso l'azione voluta è ottenuta sommando algebricamente le due azioni componenti.

Per capire meglio in che modo agisce tale regolazione, ipotizziamo un errore $e(t)$ crescente linearmente e si supponga di tagliare la linea che collega il regolatore al sistema oggetto (vedi Fig. 2.1), in modo che la grandezza di uscita non possa subire l'azione del regolatore stesso. La Fig. 2.11 illustra l'errore $e(t)$ che si presenta all'istante t_0 in corrispondenza del disturbo e la corrispondente azione combinata dei regolatori, rispettivamente, proporzionale e derivativo. Con le linee tratteggiate sono state indicate le azioni separate, con la linea continua, invece, è stata indicata l'azione combinata.

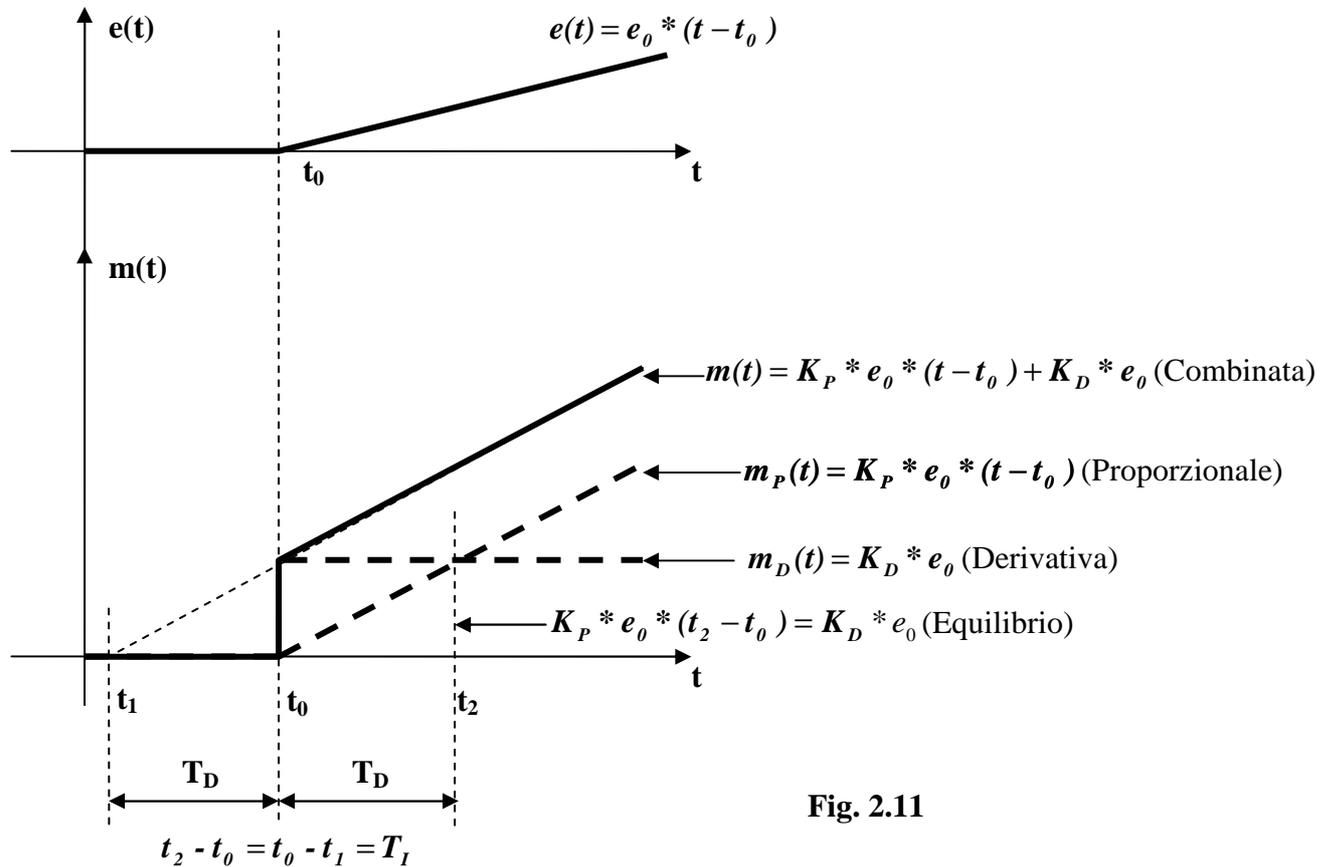


Fig. 2.11

Osservando la Fig. 3.11, si nota che nell'istante t_2 , e solo in quell'istante, le due azioni si equivalgono; uguagliando i due valori che esse assumono in t_2 , si ottiene

$$K_P * e_0 * (t_2 - t_0) = K_P * e_0 * T_D = K_D * e_0 \quad (2.10)$$

avendo indicato $(t_2 - t_0) = T_D$

Dalla 2.10 si ricava

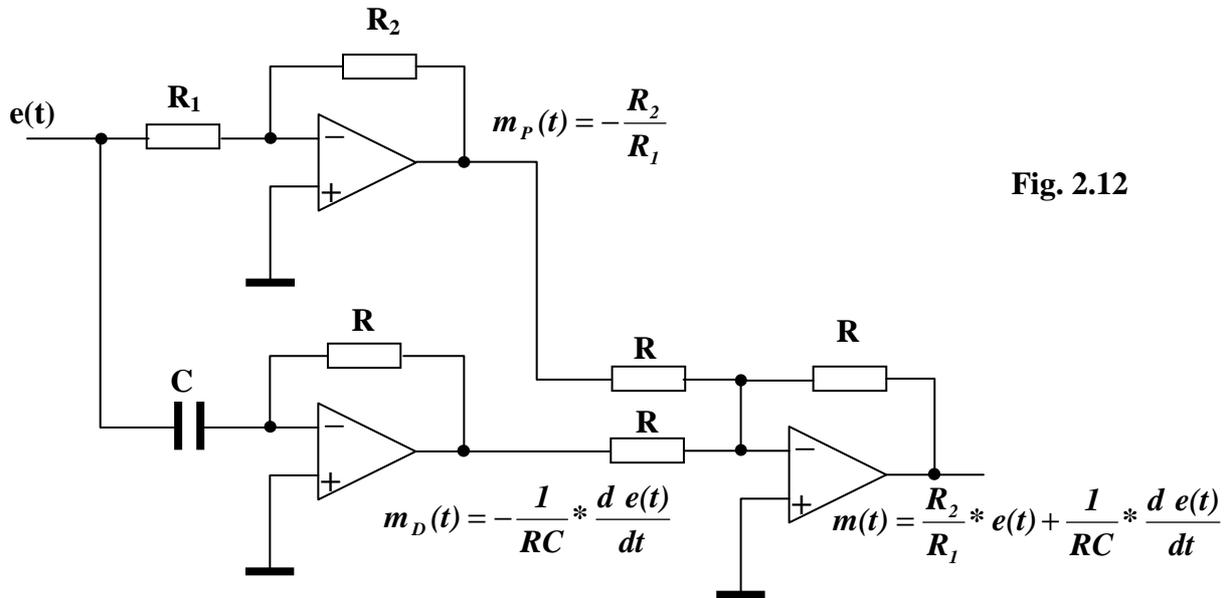
$$T_D = \frac{K_D}{K_P} \quad (2.11)$$

Osservando la Fig. 2.11, possiamo attribuire all'intervallo di tempo T_D un significato fisico. Infatti, consideriamo nella suddetta figura il prolungamento dell'azione combinata dei due regolatori; tale prolungamento intercetta sull'asse dei tempi l'istante t_1 . Per i criteri di uguaglianza dei triangoli rettangoli si può facilmente dimostrare che $(t_0 - t_1) = (t_2 - t_0) = T_D$. Possiamo allora affermare che

L'azione proporzionale-derivativa è equivalente ad una regolazione puramente proporzionale, anticipata rispetto alla variazione della grandezza controllata di un tempo pari a T_D che, per questo motivo, viene detto "Anticipo della regolazione derivativa".

In altre parole, tutto accade come se l'azione proporzionale-derivativa prevedesse con anticipo pari a T_D l'inizio del cambiamento della grandezza controllata; questo fatto è in grado di compensare i ritardi dovuti alla propagazione della correzione nel sistema oggetto e quindi giustifica l'adozione di tale regolazione in sistemi per i quali le costanti di tempo in gioco sono molto lunghe. Per una buona regolazione, l'anticipo T_D deve essere pari al ritardo nella propagazione della correzione.

Esempio



Nota: Entrambi i regolatori elementari introducono una inversione di segno, per cui il sommatore posto in uscita per combinare insieme le due azioni è di tipo invertente, allo scopo di compensare tale inversione.

Regolatore Proporzionale-Integrativo-Derivativo (PID)

In un regolatore ad azione proporzionale-integrativa-derivativa il legame tra il segnale $m(t)$ presente alla sua uscita (azione del regolatore) e quello $e(t)$ presente al suo ingresso (segnale di errore) è espresso da una relazione del tipo

$$m(t) = K_p * e(t) + K_I * \int e(t) dt + K_D * \frac{d e(t)}{dt} = m_p(t) + m_I(t) + m_D(t) \quad (2.12)$$

Tale regolazione semplicemente sfrutta i vantaggi delle tre regolazioni elementari di tipo P, I e D.

Esempio

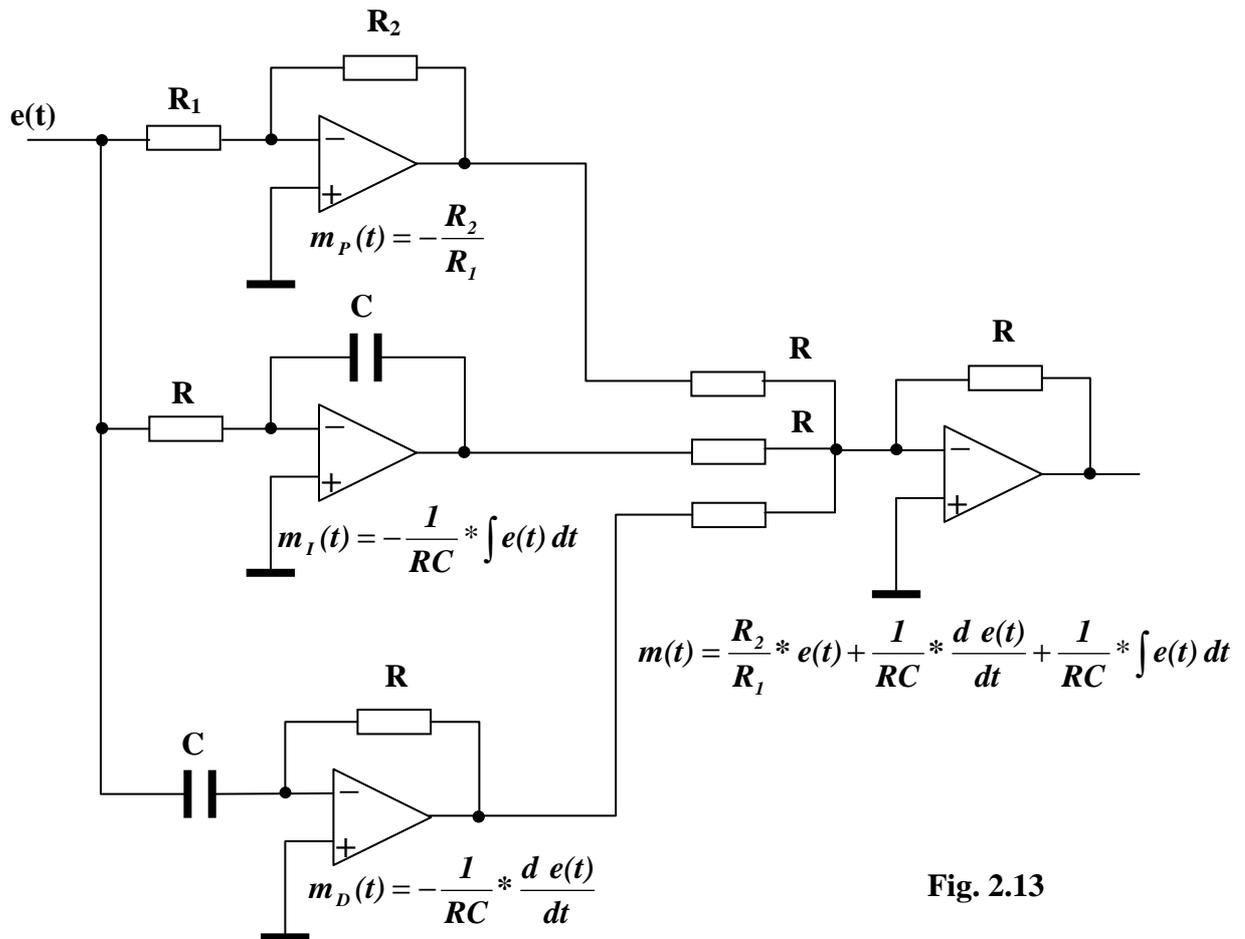


Fig. 2.13

Nota: I tre regolatori elementari introducono una inversione di segno, per cui il sommatore posto in uscita per combinare insieme le tre azioni è di tipo invertente, allo scopo di compensare tale inversione.

Progetto di un regolatore

Tra i vari metodi noti per determinare i valori dei parametri di un regolatore scegliamo quello di Ziegler-Nichols, perché molto semplice ed abbastanza usato in ambiente industriale. E' un metodo sperimentale che consente di ricavare i valori ottimali dei parametri K_P , K_I e K_D agendo su apposite manopole dotate di scala tarata.

La procedura da seguire è la seguente:

- *Si monta l'intero sistema, lasciando nulli i valori di K_P , K_I e K_D*
- *Con K_I e K_D ancora nulle, si aumenta gradatamente K_P fino a portare l'intero sistema al limite della stabilità. Questa condizione è segnalata da una risposta al gradino unitario di tipo oscillatorio non smorzato*
- *Si individua il valore di $K_P = K_{P_{MAX}}$ che genera la condizione precedentemente indicata*
- *Si misura il periodo T_C dell'oscillazione permanente che si è generata (sempre in risposta al gradino unitario)*
- *Si determinano, infine, i valori di K_P , K_I e K_D con le formule riportate nella Tab. 3.1*

TAB. 2.1 – PARAMETRI REGOLATORE			
REGOLATORE	K_P	K_I	K_D
<i>P</i>	<i>$0,5 * K_{P_{MAX}}$</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>PI</i>	<i>$0,45 * K_{P_{MAX}}$</i>	<i>$0,542 * \frac{K_{P_{MAX}}}{T_C}$</i>	<i>0</i>
<i>PD</i>	<i>$0,5 * K_{P_{MAX}}$</i>	<i>0</i>	<i>$0,1 * T_C$</i>
<i>PID</i>	<i>$0,6 * K_{P_{MAX}}$</i>	<i>$1,2 * \frac{K_{P_{MAX}}}{T_C}$</i>	<i>$0,075 * K_{P_{MAX}} * T_C$</i>

BIBLIOGRAFIA

- A. De Santis, M. Cacciaglia, C. Saggese – "**SISTEMI**" – Calderini – Bologna
- Ambrosini, Perlasca, Lorenzi, Ocera – "**SISTEMI**" – Tramontana - Milano